

Automatische Auswuchtstrategie für einen magnetgelagerten elastischen Rotor mit Auswuchtaktoren

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

M.Sc. Francis, Fomi Wamba

aus Yaounde / Cameroun

Berichterstatter: Prof. Dr. Ing. Rainer Nordmann

Mitberichterstatter: Prof. Dr. Ing. Richard Markert

Tag der Einreichung: 14.10.2008

Tag der mündlichen Prüfung: 04.02.2009

Darmstadt 2009

D17

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Mechatronik im Maschinenbau der TU Darmstadt.

An erster Stelle danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann für die Betreuung meiner Arbeit und das Schaffen der nötigen wissenschaftlichen Freiräume. Seine stetigen Anregungen, konstruktiven Ratschläge und seine grenzenlose Begeisterung für das Thema meiner Arbeit waren eine permanente Motivation und haben einen erheblichen Anteil am Ergebnis dieser Arbeit. Darüber hinaus schuf seine freundliche und verständnisvolle Persönlichkeit eine angenehme Atmosphäre und damit die idealen Rahmenbedingungen für die Durchführung dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Markert gilt mein herzlicher Dank für die bereitwillige Übernahme des Koreferats und das mir entgegengebrachte Interesse an meiner Arbeit.

Bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft bedanke ich mich für die finanzielle Unterstützung.

Besonderer Dank gilt Herrn Dr. D. Neumeuer der Fa. Hofmann Mess- und Auswuchttechnik GmbH & Co. KG und Herrn Dipl. Ing. S. Kern für die umfassende Unterstützung bei der Durchführung dieser Arbeit sowie den Herren Wiegel, Messaykeh, Zied, Rau, Porto und Frau Tonkonog, die durch ihre Studententätigkeiten und Studienarbeiten einen wertvollen Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit geleistet haben.

Ausdrücklich am Herzen liegt mir der Dank an die Kollegen und Freunde des Instituts, die ich immer in besonderer Erinnerung behalten werde. Mein Dank gilt vor allem Herrn Peter Kytka für die freundliche Betreuung während meiner Masterarbeit und Herrn Bruno Strah nicht zuletzt für die ideale Zimmergenossenschaft und die spannenden Auseinandersetzungen über grundsätzliche und physikalische Zusammenhänge.

Zuletzt bedanke ich mich bei meiner Mutter und meiner Frau Stephanie für ihren Rückhalt und die stetige Förderung meiner Interessen.

KURZFASSUNG

Die Forderung nach immer leistungsfähigeren, sicheren rotierenden Maschinen mit möglichst geringen Lärmbelastigungen, Vibrationen, Ausfallzeiten und höheren Betriebsdrehzahlen hat in den letzten Jahren den Wunsch nach immer wirtschaftlicheren und effizienteren Schwingungsminderungsmaßnahmen verstärkt. Da die Unwuchten die Hauptanregungsmechanismen bei rotierenden Maschinen sind, widmet sich ein Großteil der Forschungsarbeiten zur Minderung von Rotorschwingungen den Methoden und Konzepten zur Optimierung der Auswuchtprozeduren, weil man mit den herkömmlichen Auswuchtverfahren an die Grenzen stößt.

In dieser Arbeit wurde eine Strategie entwickelt, mit derer Hilfe aufwendige und hohe Personalkosten während des Wuchtprozesses gespart und zugleich der Wuchtprozess, die Laufruhe und letztendlich die Effizienz der rotierenden Maschine optimiert werden können. Die entwickelte automatische Auswuchtstrategie wurde hier am Beispiel eines magnetgelagerten elastischen Rotors untersucht, diese lässt sich aber auch an allen konventionell gelagerten elastischen Rotoren mit linearem und reproduzierbarem Zusammenhang zwischen Unwuchten und Auslenkungen anwenden.

Diese Arbeit ist theoretisch und experimentell orientiert. Der erste Teil befasst sich mit dem Umbau und der Anpassung eines existierenden Magnetlagerprüfstands. Der zweite Teil widmet sich der Formulierung der Bewegungsgleichungen für einen elastischen Rotor mit Auswuchtaktoren in aktiven Magnetlagern sowie der vollständigen Modellierung des Versuchsstandes. Der dritte Teil behandelt die Konzeption und die mathematische Beschreibung der automatischen Auswuchtstrategie sowie deren theoretische Untersuchung in der Simulation. Abschließend erfolgt die Darstellung einer experimentellen Erprobung und Validierung der konzipierten Auswuchtstrategie am Versuchsstand.

Theoretische Untersuchungen anhand des entwickelten Prüfstandmodells und Experimente an dem Versuchsstand validieren die Machbarkeit und Effizienz der Strategie.

Schlagwörter: Elastischer Rotor, aktive Magnetlager, aktive Auswuchtsysteme, automatisches Auswuchten.

INHALTSVERZEICHNIS

VORWORT.....	I
KURZFASSUNG.....	II
INHALTSVERZEICHNIS	III
NOMENKLATUR	VI
1 EINLEITUNG	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Entstehung von Betriebsschwingungen.....	1
1.3 Allgemeine Maßnahmen zur Schwingungsminderung.....	2
1.4 Stand der Technik zur Auswuchttheorie und -technologie.....	4
1.4.1 Grundlage und Methode zur Unwuchtberechnung, Auswuchttheorie..	6
1.4.1.1 Unwuchtberechnung mit Testgewichtsetzungen	6
1.4.1.2 Methode zur Unwuchtberechnung bei elastischen Rotoren.....	8
1.4.2 Aktives und automatisches Auswuchten, Auswuchttechnologie	14
1.4.2.1 Passives Auswuchten oder Selbstausgleich.....	15
1.4.2.2 Aktives Auswuchten durch Krafteinleitung.....	16
1.4.2.3 Aktives Auswuchten durch Änderung der Massenverteilung	18
1.5 Ziele, Motivationen und Aufbau der Arbeit.....	21
2 SYSTEMTHEORETISCHE GRUNDLAGEN	26
2.1 Aktives Magnetlagersystem	26
2.1.1 Elektromagnetisches Prinzip	26
2.1.2 Aufbau und Funktionsweise	30
2.1.3 Dynamisches Verhalten.....	32
2.2 Aktives Auswuchtsystem	33
2.2.1 Aufbau und Funktionsweise	33
2.2.2 Verstellungsstrategie.....	37
2.2.3 Eigenschaften.....	38

2.3	Dynamik elastischer Rotoren	41
2.3.1	Die Lavalwelle.....	41
2.3.2	Mehrscheibige und kontinuierliche Rotoren.....	47
2.3.2.1	Bewegungsgleichung.....	47
2.3.2.2	Eigenschwingungen, Eigenwerte und Eigenvektoren	49
2.3.2.3	Erzwungene harmonische Schwingungen	51
2.3.2.4	Annahme eines Proportionalsystems.....	52
2.4	Elastische Rotoren mit Auswuchtaktoren in aktiven Magnetlagern	54
2.4.1	Bewegungsgleichung und Übertragungsfunktion.....	55
2.4.2	Auswuchtaufgabe und Vorteile der Auswuchtaktoren.....	57
2.4.3	Aktives Betriebswuchten mit Auswuchtaktoren	59
2.4.3.1	Phase des aktiven Betriebswuchtens mit Auswuchtaktoren.....	59
2.4.3.2	Verfahren zum aktiven Wuchten im Betrieb mit Testläufen.....	61
3	VERSUCHSSTAND UND MODELLBILDUNG.....	67
3.1	Aufbau des Versuchsstandes.....	67
3.1.1	Das aktive magnetgelagerte System	68
3.1.1.1	Der elastische Rotor.....	70
3.1.1.2	Aktive Magnetlager	77
3.1.1.3	Reglerentwurf für das magnetgelagerte System.....	80
3.1.1.4	Dynamik des magnetgelagerten Systems.....	86
3.1.2	Aktive Auswuchtsysteme.....	93
3.1.3	Das aktive Antriebssystem	94
3.1.4	Das Messsystem zur Ermittlung der Wellenauslenkungen in der Wellenmitte	96
3.2	Gesamtmodell des Versuchsstandes	96
4	KONZEPTION DER AUTOMATISCHEN AUSWUCHTSTRATEGIE... 98	
4.1	Entwurf.....	98
4.1.1	Ablaufprogramm der automatischen Auswuchtstrategie	98
4.1.2	Verfahren zur Amplituden- und Phasenmessung	99
4.1.3	Strategie zur Festlegung der zulässigen Auslenkungsamplitude.....	103
4.1.4	Strategie zur intelligenten Testunwuchtgenerierung	105
4.2	Theoretische Untersuchung in der Simulation	107

4.2.1	Simulationsergebnisse	109
4.2.2	Diskussion	112
5	EXPERIMENTELLE VALIDIERUNG AM VERSUCHSSTAND	115
5.1	Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Systeme am Prüfstand	115
5.1.1	Drehzahl	117
5.1.2	Unwucht und Auslenkungen	118
5.1.3	Dynamik des magnetgelagerten Rotors	120
5.2	Erprobung der Auswuchtstrategie beim Wuchten mit zwei Auswuchtaktoren zur Lagerberuhigung	123
5.2.1	Lernphase	124
5.2.2	Betriebsphase	129
5.2.3	Zeitdauer des Wuchtprozesses	131
6	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	134
6.1	Zusammenfassung	134
6.2	Ausblick	137
	LITERATUR	140
	ANHANG	148
	LEBENS LAUF	A

NOMENKLATUR

Notation

<i>standard</i>	Skalar
Fett	Vektor, Matrix

Abkürzungen

<i>AA</i>	Auswuchtaktor, Ringwuchtaktor
<i>AAF</i>	Anti-Aliasing-Filter
<i>AE</i>	Antriebseinheit
<i>AKSL</i>	Aktives Kipp-Segment-Lager
<i>ALA</i>	Aktive Lagerabstützung
<i>AML</i>	Aktive Magnetlager
<i>ARV</i>	Auslenkungsreduziervverhältnis
<i>BS</i>	Beschleunigungssensor
<i>DSP</i>	Digitaler Signalprozessor
<i>DSPunit</i>	Entsprechender digitaler Wert eines analogen Wertes
<i>EDA</i>	Elektrodynamische Aktoren
<i>EHA</i>	Elektrohydraulische Aktoren
<i>EKV</i>	Einflusskoeffizienten-Verfahren
<i>EMA</i>	Elektromechanische Aktoren
<i>FE</i>	Finite-Elemente
<i>FHG</i>	Freiheitsgrad
<i>IDV</i>	Identifikations-Verfahren
<i>MAV</i>	Modales Auswucht-Verfahren
<i>ME</i>	Messebene
<i>MIMO</i>	Multiple Input Multiple Output
<i>PA</i>	Piezoaktoren
<i>SD</i>	Schaltdrehzahl
<i>TU</i>	Testunwucht
<i>URV</i>	Unwuchtreduziervverhältnis
<i>WD</i>	Wuchtdrehzahl
<i>WE</i>	Wuchtebene

Lateinische Buchstaben

a	m	Abstand
A	m^2	Fläche
A_z, B_z, C_z, S_z, D_z		Zustandsmatrizen
B	Ns/m	Gesamte Dämpfungsmatrix (unsymmetrisch)
B	$T=Vs/m^2$	Flussdichte
b_n		Modale Dämpfung
C	N/m	Gesamte Steifigkeitsmatrix
C_{AML}	N/m	Steifigkeitsmatrix des magnetgelagerten Rotors
C_{dyn}	N/m	Dynamische Steifigkeit
c_n		Modale Steifigkeit
D	Ns/m	Dämpfungsmatrix
d	Ns/m	Dämpfungswert
D_{AML}	Ns/m	Dämpfungsmatrix des magnetgelagerten Rotors
D_n		Lehrsche Dämpfung
e		Einflusszahl
E		Einflusszahlenmatrix
F	N	Kraft
f	Hz	Kritische Drehzahl
f_s	Hz	Abtastrate
G	Ns/m	Gyroskopie-Matrix
H	A/m	Feldstärke
H	m/N	Nachgiebigkeitsmatrix
I		Einheitsmatrix
i	A	Strom
i_0	A	Vormagnetisierungsstrom
i_R	A	Reglerausgangsstrom
i_Z	A	Zusatzstellgröße
k	N/m	Steifigkeit
k_i	N/A	Linerisierte Strom-Kraft-Beziehung
k_P, k_I, k_D		Parameter eines PID-Reglers
k_s	N/m	Linearisierte Weg-Kraft-Beziehung
L	H	Wicklungsinduktivität
M	kg	Massenmatrix
M		Anzahl der Wuchtebenen

m	kg	Masse
M_K	Nm	Koppelmoment
m_n		Modale Masse
M_W	Nm	Widerstandsmoment
M_x	Nm	Motordrehmoment um die x-Achse
N		Anzahl der Freiheitsgrade
N		Windungszahl
N		Anzahl der Messebenen
P		Transformationsmatrix
p		Modaler Zustandsvektor
P_V	W	Verstärkerleistung
q	m	Auslenkungsvektor
q_0	m	Wirkung der Initialunwucht
q_T	m	Wirkung der Initial- und Testunwucht
Q_{zul}	m	Toleranzwert
Q	m	Amplitude
R		Anzahl der Wuchtdrehzahlen
R	Ω	Wicklungswiderstand
R_{lmn}		Modalkonstante
r	m	Kreisbahnradius
S		Auswuchterfolg
S		Schrittzahl, Anzahl der Stromimpulse
s	m	Auslenkung
s		Laplace-Variable
s_0	m	Luftspalt
s_x		Standardabweichung
t	s	Zeit
U	kgm	Unwucht
U'		Modale Unwucht
U_0	kgm	Initialunwucht
U_K	kgm	Kompensationsunwucht
u_z		Eingangsvektor
V	m ³	Volumen
u	V	Spannung
V, W		Modalmatrix
V^L, W^L		Linkseigenvektormatrix

V^R, W^R		Rechtseigenvektormatrix
w_m	Nm/m ³	Energiedichte des magnetischen Felds
W_m	Nm	Energie des magnetischen Felds
x	m	Auslenkung
x_k		Rotorstützstelle
x_z		Zustandsmatrix
y_z		Ausgangsvektor

Griechische Buchstaben

α	rad/s	Realteil des Eigenwerts
α	rad	Winkel
κ		Korrekturfaktor
α_c		Dämpfungsfaktor Steifigkeitsproportional
α_M		Dämpfungsfaktor Massenproportional
β	grad	Unwuchtwinkel
Δu	%	Relative Betragsfehler des Auswuchtaktors
$\Delta\beta$	grad	Positionsabweichung eines Rings
$\delta\beta$	grad	Schrittwinkel eines Auswuchtaktors
$\Delta\beta_{ab}$	grad	Winkeldifferenz der Auswuchtringe
$\Delta\varphi$	%	Relativer Winkelfehler des Auswuchtaktors
$\Delta\beta_{ges}$	grad	Winkeldifferenz
Δq	%	Relative Abweichung der Testunwuchtwirkung
$\Delta\omega$	rad/s	Kritischer Bereich
ε	m	Exzentrizitätsmatrix
η		Dimensionslose Drehzahl
λ	rad/s	Eigenwert
μ	Vs/Am	Permeabilität
μ_0	Vs/Am	Magnetische Feldkonstante (= $4\pi 10^{-7}$)
μ_r	Vs/Am	Relative Permeabilität
Ω	rad/s	Drehzahl
Ω_B	rad/s	Betriebsdrehzahl
ω	rad/s	kritische Drehzahl, Eigenfrequenz
ω_d	rad/s	Imaginärteil des Eigenwerts
ω_g	rad/s	Eckfrequenz der Magnetspule
ω_{sat}	rad/s	Leistungsbandbreite des aktiven Magnetlagers

Ω_{soll}	rad/s	Solldrehzahl
θ	kgm ²	Trägheitsmoment
φ		Eigenvektor
φ	rad	Drehwinkel
ϕ	rad	Phase

Tiefgestellte Indizes

0	Nulllauf, Initialunwucht, Initialwert, Offsetwert
a	Äquatorial Trägheitsmoment
a	Ring a eines Auswuchtaktors
A	Aktor
AA	Auswuchtaktor
AE	Antriebseinheit
AML	Aktive Magnetlager
b	Ring b eines Auswuchtaktors
B	Betriebsdrehzahl
Fe	Eisen
i	Laufindex
ind	Induzierte Spannung
j	Laufindex
k	Laufindex
L	Lager
$Luft$	Luft
m	Laufindex für Messebene
M	Motor
ME	Messebene
n	Laufindex
$nach$	Nach dem Auswuchtzyklus
p	Polar Trägheitsmoment
q	Auslenkungsreduziervhältnis
R	Rotor
r	Laufindex Wuchtdrehzahl
S	Scheibenmittelpunkt
S	Sensor
sat	Saturation

<i>soll</i>	Sollwert
<i>T</i>	Testlauf
<i>u</i>	Unwuchtreduzierverhältnis
<i>V</i>	Verstärker
<i>vor</i>	Vor dem Auswuchtzyklus
<i>W</i>	Wellenmittelpunkt, Welle
<i>WE</i>	Wuchtebene
<i>x, y, z</i>	Richtung, Drehachse
<i>zul</i>	Toleranzwert

Hochgestellte Indizes

<i>C</i>	Cosinus
<i>g</i>	Generalisierte Matrix
<i>S</i>	Sinus

Mathematische Symbole

(...)	Funktion
\dot{q}	Erste Ableitung nach der Zeit
\hat{q}	Komplexe Größe
$ q $	Amplitude
q^T	Transponiert
$Im(...)$	Imaginärteil
$Re(...)$	Realteil
$diag[...]$	Diagonalmatrix
$\overline{(...)}$	Mittelwert
<i>j</i>	$\sqrt{-1}$

1 EINLEITUNG

1.1 Problemstellung

Für heute zum Einsatz kommende rotierende Maschinen (*Werkzeugmaschinen, Turbomaschinen, Flugtriebwerke*) werden mehr Leistungsfähigkeit und Laufruhe gefordert. Diese Anforderungen verlangen in erster Linie eine Gewichtsreduktion sowie höhere Betriebsdrehzahlen. Sie führen dazu, dass die heutigen Läufer immer dünner und somit flexibler gebaut werden, sodass sie im Betrieb mehrere kritische Drehzahlen beim Hoch- und Auslauf durchfahren müssen.

Aufgrund von verschiedenen Anregungsmechanismen entstehen jedoch beim Betrieb dieser Läufer, vor allem in der Nähe der kritischen Drehzahlen, große Schwingungen (Lagerkräfte und Biegeverformungen) des Rotors. Diese bewirken u.a. eine erhöhte Lärmbelästigung, Verschleiß der Maschinenteile sowie schlechte Werkstückqualität bei Werkzeugmaschinen. Sie führen letztendlich zur Reduzierung des Betriebsbereichs, der Laufsicherheit und der Lebensdauer der Maschine bis hin zum Versagen der gesamten Anlage.

Aus diesen Gründen werden heutzutage nahezu bei allen rotierenden Maschinen Maßnahmen zur Schwingungskontrolle und -minderung in steigendem Maße Beachtung geschenkt. Das Ziel ist hierbei, die durch die Erregungsmechanismen hervorgerufenen Schwingungen oder Kräfte auf ein Minimum zu reduzieren. Zudem sind aber die Schwingungsminderungsmaßnahmen über die rein technische Anwendung hinaus zu einer Frage der Wirtschaftlichkeit sowie der Aufwands- und Zeitersparnis geworden.

1.2 Entstehung von Betriebsschwingungen

In der Rotordynamik wird zwischen *synchronen* und *nicht-synchronen Anregungen* unterschieden [41].

Synchrone Anregungen wie die *Massenunwuchten* oder *Vorkrümmung (Schlag)* eines Läufers sind harmonische Anregungen, bei denen die Erregerfrequenz mit der Drehfrequenz des Läufers identisch ist und die in Drehrichtung mit umlaufen. Diese Gleichlaufenregungen haben verschiedene physikalische Ursachen wie Rohwerk-

stofffehler, Lunkerstellen im Gußgefüge, Fertigungs- und Montagefehler, plastische Verformungen aufgrund hoher Lasten oder thermische Verformungen im eingebauten Zustand, Ansammlung von Schmutz und Staub (Massenverlagerungen), Materialabnutzung etc.. Diese Fehler führen letztlich zu einer nicht näher bekannten Abweichung von der Rotationsachse bzw. Exzentrizität. Aufgrund dieser Exzentrizität der Massen entstehen im Betrieb Fliehkräfte, die quadratisch mit der Drehzahl des Rotors ansteigen. Diese verursachen bei elastischen Rotoren große Lagerkräfte und Biegeverformungen. Im Gegensatz zur Unwucht oder Massenexzentrizität ist die Erregerkraftamplitude der Vorkrümmung konstant und hängt damit nicht von der Drehzahl ab. Im überkritischen Bereich laufen die durch die Schlägerregung verursachten Schwingungsamplituden gegen null. Der vorgekrümmte Läufer wird gerade gezogen, was allerdings aufgrund der immer noch existierenden Schlagkräfte zu Reaktionskräften in den Lagern führt.

Nicht-synchrone Anregungen wie *Parameter-* und *Selbsterregte Schwingungen* sind dagegen Anregungen, welche die obigen Kriterien gar nicht oder nur zum Teil erfüllen. Parametererregte Schwingungen können bei rotierenden Maschinen auftreten, wenn der Querschnitt der Welle nicht kreisförmig ist und damit deutliche Steifigkeitsunterschiede in zwei zueinander senkrechten Richtungen auftreten. Selbsterregte Schwingungen hingegen kennzeichnen eine Instabilität des Systems für Drehzahlen oberhalb einer Grenzdrehzahl. Als Ursache sind zunächst die innere Dämpfungseigenschaften der rotierenden Welle zu nennen. Aufgrund dieser inneren Dämpfungen treten Kräfte auf, die proportional zur Verschiebung und zur Drehzahl sind und entgegen den äußeren Dämpfungskräften also anfachend wirken können. Zu den nicht-synchronen Anregungen zählen auch die transienten Anregungen durch hohe Drehbeschleunigungen von Rotoren im Betrieb.

Oft setzt sich eine Schwingungserregung aus synchronen und nicht-synchronen Anteilen zusammen. Als bedeutendste Schwingungsanregung in fast allen rotierenden Maschinen ist die drehzahlsynchrone Anregung durch Massenunwuchten des Läufers zu nennen [33].

1.3 Allgemeine Maßnahmen zur Schwingungsminderung

In Bild 1.1 werden die aus der Literatur bekannten Methoden zur Schwingungsminderung an rotierenden Maschinen zusammengefasst dargestellt ([41], [88]). Diese Art der Gliederung ist nur als eine Möglichkeit unter vielen anzusehen.

Die wichtigste Maßnahme der Schwingungsminderung im Allgemeinen ist die *Verminderung der Erregerkräfte*. Alle weiteren Maßnahmen zur Schwingungsminderung sind nur dann sinnvoll, wenn vorher die Ursache der Schwingungen, also die Erregung, so weit wie möglich reduziert worden ist. Da die häufigste Ursache von Schwingungen in rotierender Maschine die Unwuchten sind, kommt bei der Verminderung der Erregung dem Auswuchten eine besondere Bedeutung zu. Es wird bei der Verminderung der Erregerkräfte zwischen der *Verhinderung* und der *Kompensation der Erregerkräfte* unterschieden. Zu den Maßnahmen zur Verhinderung der Erregerkräfte zählt das *Auswuchten durch Massenausgleich*. Mit diesem Verfahren können nur drehzahlsynchrone Erregungsanteile aufgrund der Massenunwuchten minimiert werden. Unter Kompensation der Erregerkräfte werden aktive Verfahren zur Erregungskompensation durch Krafteinleitung in das Rotorsystem verstanden. Mit diesen Verfahren, die auch zur aktiven Schwingungsregelung gehören, können auch nicht-synchrone Erregungsanteile kompensiert werden.

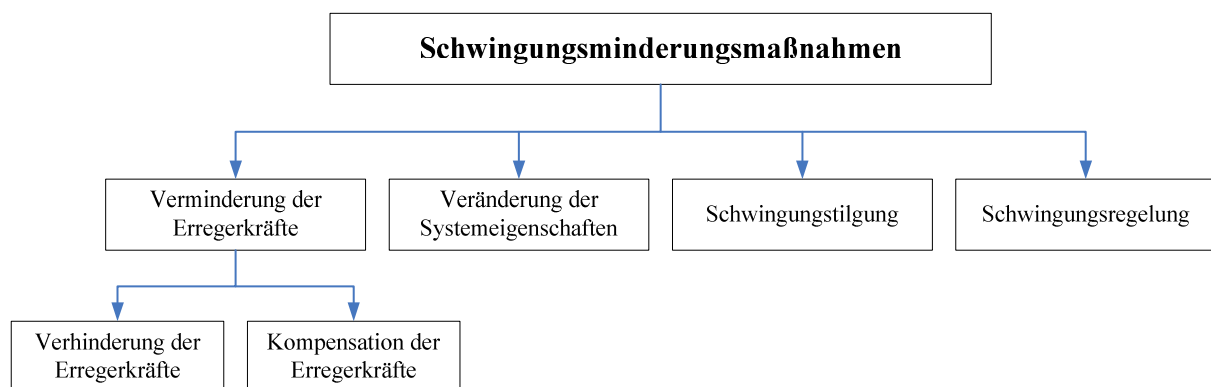


Bild 1.1: Maßnahmen zur Schwingungsminderung

Die Schwingungsminderung durch Veränderung von Systemeigenschaften (*Verstimmen*) kann beispielsweise durch eine Veränderung von Lagersteifigkeiten oder der äußeren Dämpfung erzielt werden. Da eine optimale Schwingungsminderung für den gesamten Betriebsdrehzahlbereich in der Regel eine Anpassung der Steifigkeits- oder Dämpfungseigenschaften erfordert, werden in letzter Zeit vor allem aktive oder semi-aktive Verfahren erforscht, die eine solche Anpassungsfähigkeit ermöglicht. Zu den passiven Methoden des Verstimmens gehört das weitverbreitete Verfahren zur Erhöhung der Lagerdämpfung durch Verwendung von *Quetsch-Öl-Dämpfer*.

Durch dynamische Zusatzsysteme, deren Eigenfrequenz auf eine kritische Eigenfrequenz des Rotorsystems abgestimmt ist, kann das Schwingungsverhalten in

kritischen Resonanzen erheblich verbessert werden. Man bezeichnet dieses Verfahren als *Schwingungstilgung*. Der Einsatz von Biegeschwingungstilgern an Rotoren ist bis heute wenig untersucht worden. Ein möglicher Grund dafür ist, dass rotierende Tilger am Rotor nicht dafür geeignet sind, synchrone Erregungen zu tilgen. Darüber hinaus ist meist die Wirkung der Tilgung am Lager aufgrund der hohen Lagersteifigkeit beschränkt.

Unter *aktiver Schwingungsregelung* werden hier Verfahren zur Schwingungsminde- rung verstanden, die auf einem klassischen Regelkreis basieren (Feedback- Regelungen, Closed-Loop-Control). Dafür werden geeignete Sensoren und Stell- glieder benötigt. Die eingesetzten Stellglieder können dabei direkt auf den drehen- den Rotor oder auf eine Lagerstelle einwirken.

Diese Arbeit widmet sich dem Auswuchten elastischer Rotoren oder genau ge- sagt der Reduzierung ausschließlich drehzahlsynchroner Schwingungen. Daher wird in dem nachfolgenden Abschnitt auf Verfahren zum Auswuchten näher eingegan- gen.

1.4 Stand der Technik zur Auswuchttheorie und -technologie

Die Auswuchttechnik hat heutzutage ein hohes Niveau erreicht und ist theoretisch weit ausgearbeitet. Allgemeine Übersichten zum Stand der Auswuchttechnik findet man unter anderem bei ([47], [14], [56], [93] und [78]). Eine Übersicht, die einige Zusammenhänge zwischen den Grundlagen der Auswuchttheorie und der Aus- wuchttechnologie enthält, ist in Bild 1.2 dargestellt. Die Auswuchttheorie behandelt hierbei die Verfahren zur Unwuchtbestimmung und die Auswuchttechnologie die Verfahren zum Unwuchtausgleich.

In der Auswuchttheorie wird, abhängig vom Drehzahlbereich in dem der Rotor betrieben wird, zwischen *starren* und *elastischen Rotoren* unterschieden.

Starr werden Rotoren bezeichnet, die im unterkritischen Bereich bis zu einer maximalen Drehzahl $\Omega = \sqrt{2}/2 \omega_1$ laufen, wobei ω_1 die erste Biegeeigenfrequenz ist. In diesem Bereich sind die Fliehkraftverformungen des Läufers maximal so groß wie die Exzentrizitäten. Man spricht auch von einer näherungsweise starren Welle, wenn die relative Verformungen der Welle gegenüber den Verformungen des La- gers klein sind. Beim biegestarren Läufer genügt es, die durch die Unwucht hervor- gerufenen Fliehkkräfte und daraus resultierende dynamische Lagerbeanspruchungen zu verringern. Der Läufer wird starr ausgewuchtet. Zum Auswuchten starrer Roto-

ren gibt es hauptsächlich zwei festetablierte Verfahren, das *wegmessende Verfahren* in weichen Lagern und das *kraftmessende Verfahren* in harten Lagern.

Da die Unwuchtkraft mit dem Quadrat der Drehzahl wächst, sind die Unwuchtverformungen bei höheren Drehzahlen (ab $\Omega > \sqrt{2}/2 \omega_1$) größer als die vorhandenen Exzentrizitäten und daher nicht mehr vernachlässigbar. Man spricht von biegeelastischen Läufem.

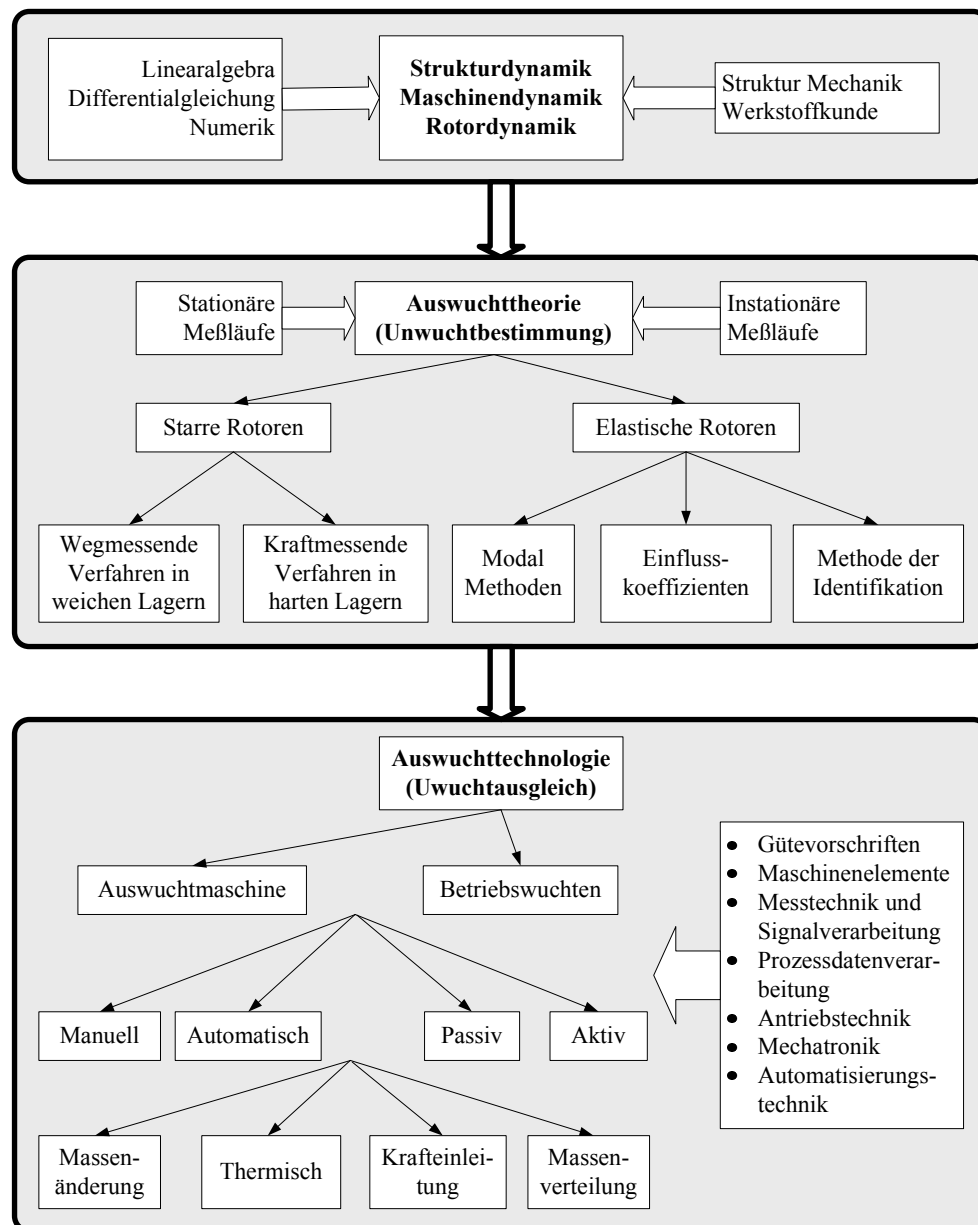


Bild 1.2: Übersicht Auswuchttheorie und –technologie, modifizierte Einteilung nach Lingener

Es wird bei der Auswuchttechnologie zwischen *Auswuchtmaschine* und *Betriebswuchten* unterschieden. Moderne Auswuchtmaschinen sind mechatronische Systeme,

bei denen durch das Zusammenwirken von Mechanik, Elektronik und Informationsverarbeitung [72] ein optimaler Auswuchtvorgang angestrebt wird. Als Grundtypen werden die *wegmessenden* und *kraftmessenden Auswuchtmaschinen* unterschieden. Der Unterschied ergibt sich dabei durch die Art der Lagerung des Rotors. Da die betrieblichen Lagerungen für jeden Rotor andere sind, sind die Lagersteifigkeiten der Auswuchtmaschinen meist einstellbar, um die betriebliche Lagersteifigkeit des Rotors anzunähern. Das Auswuchten von Rotoren im eingebauten Betriebszustand wird als Betriebswuchten bezeichnet. Betriebsmäßiges Wuchten von Rotoren wurde stets mit allen zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln vereinfacht. Mit dem Aufkommen von programmierbaren Rechenmaschinen wurden diese dazu verwendet, den Auswuchtvorgang zu vereinfachen und zu verkürzen. Das Betriebswuchten findet im einfachsten Fall durch manuelles Anbringen oder Entfernen von Masse am Rotor statt, sogenannte *Off-Line Betriebswuchten*.

Diese Arbeit widmet sich elastischen Läufern im überkritischen Betrieb, das heißt der zu untersuchende Rotor läuft im Bereich oberhalb der ersten Biegeeigenfrequenzen. Daher werden im Folgenden die Auswuchttheorie und -technologie elastischer Rotoren ausführlich vorgestellt.

1.4.1 Grundlage und Methode zur Unwuchtberechnung, Auswuchttheorie

Grundsätzlich basiert die Auswuchttheorie für elastische Rotoren in der Praxis auf zwei klassischen Methoden, dem *Modalen Wuchten* und dem *Wuchten nach Einflusskoeffizienten*, bei denen gewöhnlich bei konstanten Drehzahlen gewuchtet wird (stationäres Wuchten). Mit diesen Verfahren kann die erforderliche Wuchtgüte jedoch erst nach mehreren stationären Messläufen erzielt werden. Durch moderne computergestützte Verfahren der experimentellen Signal- und Systemanalyse bieten sich neue Ansätze an, um die Zeitdauer des Auswuchtprozesses zu verkürzen, wie z.B. die Auswuchtverfahren ohne Testgewichtsetzungen, die so genannten *Identifikationsverfahren*. Ein kombinierter Ansatz versucht das Wuchten mit Einflusszahlen und das Modale Wuchten zusammenzuführen und kann aber auch als erweitertes Einflusskoeffizientenverfahren interpretiert werden (*Unified balancing*) [18].

1.4.1.1 Unwuchtberechnung mit Testgewichtsetzungen

Die Linearität eines Rotorsystems stellt die Hauptvoraussetzung für das Auswuchten mit Testläufen dar. Dieser Abschnitt stellt die klassische Theorie der Unwucht-

berechnung mit Testgewichtsetzungen anhand einer Lavalwelle vor.

Jedes Einmassenschwingersystem, wie z.B. die Lavalwelle, lässt sich mit der folgenden Gleichung im Frequenzbereich beschreiben [88]:

$$q(\Omega) = e(\Omega)U \text{ mit } e(\Omega) = \frac{\Omega^2}{k - m\Omega^2 + j\Omega d} \quad (1.1)$$

Im ersten Arbeitsschritt des Off-Line bzw. manuellen Betriebswuchtprozesses wird die Lavalwelle bis zu einer Messdrehzahl Ω_{mess} angefahren und es wird dort die Wirkung der zunächst unbekannten Initialunwucht U_0 gemessen:

$$q_0(\Omega_{\text{mess}}) = e(\Omega_{\text{mess}})U_0 \quad (1.2)$$

Diese erste Messung wird aufgrund der nicht vorhandenen Testgewichtsetzung als *Nulllauf* bezeichnet. Die Messdrehzahl bzw. *Wuchtdrehzahl* wird meist in der Nähe der Eigenfrequenz gewählt, weil die Wirkungen der Unwucht dort am größten sind. Zur Bestimmung der Initialunwucht ist eine zusätzliche Messung mit bekanntem Testgewicht U_T bei derselben Messdrehzahl erforderlich. Dieser so genannte *Testlauf* liefert die Antwort q_T aufgrund der gemeinsamen Belastung durch Testgewicht und Initialunwucht. Zur Anbringung des Testgewichts muss der Rotor vorher heruntergefahren werden. Aufgrund der angenommenen Systemlinearität gilt das Superpositionsprinzip:

$$q_T(\Omega_{\text{mess}}) = e(\Omega_{\text{mess}})[U_0 + U_T] = q_0 + e(\Omega_{\text{mess}})U_T \quad (1.3)$$

Mit Hilfe des Null- und Testlaufs lässt sich der Faktor $e(\Omega_{\text{mess}})$ bestimmen

$$e(\Omega_{\text{mess}}) = \frac{q_T - q_0}{U_T} \quad (1.4)$$

Dieser Faktor wird als *Einflusszahl* oder *Wuchtempfindlichkeit* des Rotorsystems für die Messdrehzahl bezeichnet, stellt das Verhältnis der Wirkung einer Unwucht zur Größe der Unwucht dar und beschreibt damit die Dynamik des Systems bei der Messdrehzahl. Aus der jetzt bekannten Einflusszahl ist die Ermittlung der Initialunwucht über Gl. (1.2) trivial:

$$U_0 = \frac{q_0}{e(\Omega_{\text{mess}})} = U_T \frac{q_0}{q_T - q_0} \quad (1.5)$$

Nach einem zweiten Runterfahren des Rotors und dem Einbau der Kompensationsunwucht $U_K = -U_0$ wird durch einen Kontrolllauf verifiziert, ob die Auswuchtung erfolgreich war bzw. ob die Durchbiegung der Lavalwelle im Drehzahlbereich um die Messdrehzahl bis auf einen Restfehler null ist:

$$q_{\text{nach}}(\Omega_{\text{mess}}) = e(\Omega_{\text{mess}})U_K + q_0 \approx 0 \quad (1.6)$$

Zusammengefasst kann das Off-Line Betriebswuchten mit Hilfe von Testgewichtsetzungen in die folgenden Arbeitsgänge gegliedert werden:

1) Nulllauf-Messung	Hochlauf auf Wuchtdrehzahl Messen und speichern Bremsen bis zum Stillstand
2) Testlauf-Messung	Anbringung von Testgewichten Hochlauf auf Wuchtdrehzahl Messen und speichern Bremsen bis zum Stillstand
3) Berechnung	Berechnung der Einflusszahl Bestimmung der Ausgleichunwucht
4) Ausgleich	Anbringung des Ausgleichgewichtes
5) Kontrolllauf-Messung	Hochlauf auf Wuchtdrehzahl Messen und vergleichen mit Nulllauf-Messung

Tabelle 1.1: Arbeitsgänge beim manuellen Betriebswuchten

Bei ungeeigneter Anbringung des Testgewichts am Rotor ist die Unwuchtberechnung aufgrund von numerischen Fehlern oder zu großer Schwingungsauslässe unmöglich, so dass der Wuchtvorgang meist mehrmals durchgeführt werden muss. Weitere Nachteile des Off-Line Betriebswuchtens sind der erforderliche Zeit- und Personalaufwand, die um so höher sind, je stärker die Initialunwucht sich im Betrieb verändert, da der Rotor wegen veränderlicher Initialunwucht öfter ausgewuchtet werden muss.

1.4.1.2 Methode zur Unwuchtberechnung bei elastischen Rotoren

Beim Übergang von einem Einmassenschwinger wie bei der Lavalwelle zu Mehrmassenschwinger wie Mehrscheibenrotoren mit N Freiheitsgraden ändert sich an der grundlegenden Betrachtungsweise nichts. Eine Welle mit einer Scheibe hat i.a. nur eine für das Auswuchten bedeutsame Eigenform. Diese Eigenform besteht nur aus der Auslenkung des Scheibenmittelpunktes, dem einzigen Freiheitsgrad (FHG). Bei N Scheiben sind für die Zwecke des Auswuchtens N Eigenfrequenzen und die zugehörigen Eigenformen von Interesse, solange diese im Bereich der möglichen Betriebsdrehzahlen liegen. Der Rotor lässt sich nun statt mit Gl. (1.1) mit der fol-

genden Gleichung beschreiben [88]:

$$q(x_l, \Omega) = \sum_{n=1}^N \frac{\varphi_n(x_l) \Omega^2}{k_n - m_n \Omega^2 + j \Omega d_n} U'_n \text{ mit } U'_n = \sum_{m=1}^N \varphi_n(x_m) U_{0,m}, \{l, m\} = 1 \dots N \quad (1.7)$$

Gl. (1.7) stellt eine Erweiterung von Gl. (1.1) auf Strukturen mit mehreren FHG dar und enthält die Einträge der Eigenvektoren $\varphi_n(x_l)$ an den Rotorstützstellen x_l , die verallgemeinerten modalen Parameter (modale Masse m_n , modale Steifigkeit k_n , modale Dämpfung d_n) und die modale Unwucht U'_n . Unter der Voraussetzung, dass in der Nähe der n -ten Eigenfrequenz ω_n die zugehörige Eigenform dominiert (gute Entkoppelbarkeit), lässt sich näherungsweise folgende Beziehung aufstellen:

$$q(x_l, \Omega \approx \omega_n) \approx \frac{\varphi_n(x_l) \Omega^2}{k_n - m_n \Omega^2 + j \Omega d_n} U'_n \approx \varphi_n(x_l) e_n U'_n \quad (1.8)$$

Im Abschnitt 1.4.1.1 wurde darauf aufmerksam gemacht, dass schlechte Testläufe aufgrund von ungeeigneter Testunwucht große Schwingungsausschläge oder numerische Probleme bei der Berechnung der Kompensationsunwuchten verursachen können. Die Wiederholung solcher Testläufe erhöht den Zeit- und Personalaufwand des Auswuchtprozesses. Zusätzlich dazu sollen bei Mehrscheibenrotoren *unempfindliche Drehzahlen* als Wuchtdrehzahlen vermieden werden. Diese machen sich dadurch bemerkbar, dass der Einbau einer Testunwucht an einem Messpunkt keine Wirkung hervorruft ($q_T \approx q_0$) und der entsprechende Einflusskoeffizient gleich null ist. Ebenso ist es möglich, dass eine auf einem Mehrscheibenrotor vorhandene Testunwucht an einem Messpunkt keine Wirkung hervorruft ($q_T \approx 0$). Beide obengenannten Fälle können jeweils auftreten, wenn die Wuchtebene oder der Messpunkt auf einem Eigenformknoten mit $\varphi_n(x) = 0$ liegt. Deswegen wählt der erfahrene Auswuchttechniker seine Wucht- und Messebene bereits im Hinblick auf die erwartete Eigenform. Zur Vermeidung unempfindlicher Drehzahlen sowie schlechter Testläufe bei Mehrscheibenrotoren werden daher die Messdrehzahlen meist dicht unterhalb kritischer Drehzahlen gewählt, die Wucht- und Messebene günstig platziert (weit weg von einem Eigenformknoten) und geeignete Testgewichte angebracht. Es werden jedoch durch die Festlegung der Wuchtdrehzahlen in der Nähe der kritischen Drehzahlen große Auslenkungen in Kauf genommen. Bei zu großen Schwingungsausschlägen muss der Rotor sogar vorgewuchtet werden. Diese unsichere Vorgehensweise zeigt, dass die Festlegung der Wuchtdrehzahlen vor Beginn des Auswuchtprozesses ein Problem darstellt.

In dem nachfolgenden Abschnitt werden klassische Unwuchtberechnungsverfahren für Mehrscheibenrotoren ausführlicher vorgestellt.

Modales Auswuchten

Die erste theoretische Arbeit über das Modale Wuchten elastischer Rotoren von Meldahl erschien 1954 [63]. Ziel des Modalen Wuchtens ist eine Verringerung (möglichst null) der komplexen Freiheitsgradauslenkungen \mathbf{q}_n . Das ist gleichbedeutend mit der Beseitigung der so genannten modalen Unwucht U'_n (Gl. (1.8)). Die modale Unwucht hat für jede Eigenform einen konstanten Wert, der durch Messungen bestimmt werden kann (siehe Abschnitt 1.4.1.1).

Bei der Modalen Methode erfolgt das Auswuchten entweder schrittweise für jede einzelne Eigenform (Vorwärtswuchten) oder viele Eigenformen auf einmal (Orthogonalwuchten) nach N oder N+2- Methode. Zum Ausgleich dienen orthogonale modale Wuchtsätze, welche eine Eigenform auswuchten und den Wuchtzustand bereits gewuchteter Eigenform nicht wieder verändern. Bei großer Initialunwucht soll der Rotor zunächst starr vorgewuchtet werden. Werden N Eigenformen zusätzlich zur Starrkörperauswuchtung ausgewuchtet, dann bezeichnet man die eingesetzte Methode als N+2-Methode. Dabei steht N für die Anzahl der notwendigen Wuchtebenen zur vollständigen Beruhigung von N Eigenformen des Rotors.

Das Vorwärtswuchten eines Mehrscheibenrotors erfolgt genauso wie bei einer Lavalwelle (Abschnitt 1.4.1.1). Zur Anwendung der Modalen Methode müssen die modalen Parameter des Rotors aus Voruntersuchungen bekannt sein. Zudem müssen die Messungen in der Nähe der einzelnen Resonanzstellen bei konstanter Drehzahl erfolgen. Da das Verfahren voraussetzt, dass das System in der Resonanz ausschließlich mit einer einzigen Eigenform schwingt, also entkoppelbar ist (Gl. (1.8)). Hier liegt der größte Nachteil dieser Methode, denn die Schwingungen des Rotors sind bei konstanter Drehzahl in der Resonanznähe sehr groß, sodass oft keine gefahrlose Messung möglich ist. Daher muss man durch mühsames Ausprobieren versuchen, den Rotor so weit vorzuwuchten, dass stationäre Messungen in Resonanznähe möglich sind. Zudem sind in der Realität in jeder Resonanz alle Eigenformen des Systems an den Schwingungen beteiligt (Gl. (1.7)). Darüber hinaus besteht in der Resonanznähe die Gefahr, dass geringe Drehzahlschwankungen große Änderungen in den Rotorauslenkungen vor allem in den Phasenmessungen (Messfehlern) zur Folge haben. Die Reproduzierbarkeit der Messdrehzahlen nach jedem Runterfahren des Rotors zur Anbringung von Testgewichten erweist sich als schwierig, da die Messdrehzahlen des Nulllaufes und des Testlaufes exakt identisch sein müssen.

Das Modale Auswuchten geht von der Existenz orthogonaler Wuchtsätze aus,

die jeweils nur eine einzige Eigenform beeinflussen. Orthogonalität [88] lässt sich jedoch nur bei Entkoppelbarkeit der Systemgleichung erreichen, was u.a. nur bei symmetrischen Systemmatrizen exakt erfüllbar ist. Spielen komplizierte Einflüsse wie Gleitlagerung, Kreiselwirkung oder innere Dämpfung eine nicht vernachlässigbare Rolle, muss bimodal gewuchtet werden indem Rechts- und Linkseigenvektoren unterschieden werden [47]. Dieses Verfahren ist in der Praxis sehr aufwendig und fehlerträchtig, sodass es sich in der Industrie nicht durchsetzen konnte.

Auswuchten mit Einflusszahlen

Die Anwendung der Einflusszahlentheorie auf elastische Rotoren wurde erstmals 1964 von Goodmann [35] veröffentlicht. Sie eignet sich auch bei Gleitlagerung und signifikanter Kreiselwirkung. Einzige Voraussetzung ist die Linearität des Systems. Die komplexen Schwingungsantworten $\mathbf{q}(\Omega)$ an den M Sensorebenen und R Messdrehzahlen sind über eine Einflusszahlenmatrix $\mathbf{E}(\Omega)$ linear mit den Schwingungsursachen, also den Initialunwuchten \mathbf{U}_0 gemeinsam mit den in den N Wuchtebenen angebrachten Testsetzungen \mathbf{U}_T verknüpft:

$$\mathbf{q}(\Omega) = \mathbf{E}(\Omega)[\mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_T] \quad (1.9)$$

Zur Bestimmung der Einflusskoeffizienten muss der Rotor zunächst ohne Zusatzunwuchten bis zur maximalen Drehzahl gefahren werden, die durch das Auswuchten beeinflusst werden soll. Dabei muss die Wuchtdrehzahl $\Omega = r$ nicht in der Nähe der Resonanz liegen. Die Messwerte des Ausgangszustandes (Nulllauf) $q_{0,m}^r$ werden an den $m = 1 \dots M$ Messebenen aufgenommen. Dann wird der Rotor N -Mal angehalten und in die Ausgleichsebene $n = 1 \dots N$ wird eine Testunwucht $U_{T,n}$ eingebaut. Bei jedem Testlauf werden die Messwerte $q_{n,m}^r$ an den Messpunkten aufgenommen. Man ermittelt die jeweiligen Einflusskoeffizienten $e_{n,m}^r$ durch Bildung der komplexen Differenzen der Null- und Testläufe der M -aufgenommenen Messwerte, dividiert durch die Größe der jeweiligen Testunwucht:

$$e_{m,n}^r = e(\Omega = r, U_{T,n}) = \frac{q_{n,m}^r - q_{0,m}^r}{U_{T,n}} \text{ mit } \begin{cases} r = 1 \dots R = \text{Drehzahl} \\ n = 1 \dots N = \text{Wuchtebene} \\ m = 1 \dots M = \text{Messebene} \end{cases} \quad (1.10)$$

Insgesamt sind $N + 1$ Messfahrten zur Messung der $M \times N$ Elemente der Einflusskoeffizientenmatrix \mathbf{E}^r notwendig:

$$\mathbf{E}^r = \mathbf{E}(\Omega = r) = \begin{bmatrix} e_{11}^r & \dots & e_{1N}^r \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{M1}^r & \dots & e_{MN}^r \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Eine Erhöhung der Anzahl der Messungen mit $M > N$ kann theoretisch, bei

Verwendung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, einen statistischen Fehlerausgleich bringen. Ist mit den Einflusszahlen der Zusammenhang zwischen Unwuchten und Auslenkungen bekannt, wird umgekehrt von den gemessenen Schwingungen des Rotors ohne Testgewichte (Nulllauf) auf die zu installierenden Ausgleichunwuchten geschlossen:

$$\mathbf{U}_K(\Omega) = \begin{cases} [\mathbf{E}^r]^{-1} \mathbf{q}_0^r, & \text{wenn } M = N \\ [[\mathbf{E}^r]^T \{\mathbf{E}^r\}]^{-1} \{\mathbf{E}^r\}^T \mathbf{q}_0^r, & \text{wenn } M > N' \end{cases} \quad \mathbf{q}_0^r = [q_{0,1}^r \quad \dots \quad q_{0,M}^r]^T \quad (1.12)$$

Ein Vorteil des Verfahrens ist der geringe Aufwand bei der theoretischen Vorbeurteilung. Die Numerische Behandlung der Gleichungen erfolgt schneller mit Digitalrechnern, auf denen entsprechende Programme schnell abgearbeitet werden können. Die gesamte Dynamik des Systems (die Form des Rotors, die Anzahl der Lagerstellen und ähnliche Einflüsse, die in anderen Verfahren mühsam in Modellen abgebildet werden müssen) wird durch die Einflusszahlenmatrix repräsentiert. Durch das Einflusskoeffizientenverfahren wird der Rotor für die vorgegebenen Wuchtdrehzahlen so ausgewuchtet, dass die gewählten Messgrößen (Welle- und/oder Lagerschwingungen) minimiert werden, unabhängig davon, ob diese in der Nähe kritischer Drehzahlen liegen oder nicht. Laut Literatur [56] ist das Verfahren robust gegenüber Messfehler, verlangt aber eine gute Reproduzierbarkeit der bei der Messung der Einflusskoeffizienten benutzten Drehzahlen, damit nicht, durch einen bei einer etwas anderen Drehzahl bestimmten Messvektor, ein fehlerhafter Wuchtsatz festgelegt wird.

Der Hauptnachteil dieser Methode liegt darin, dass die Unwuchtschwingungen nur in den bei der Wuchtprozedur angefahrenen Drehzahlen und Messstellen ausgeglichen werden. An anderen Stellen des Rotors oder bei anderen Drehzahlen können nach dem Wuchten durchaus noch größere Rotordurchbiegungen oder Lagerschwingungen auftreten. Weiterer Nachteil des Verfahrens ist der hohe Aufwand bei der Ermittlung von $\mathbf{E}(\Omega)$.

Zur besseren Konditionierung der Einflusskoeffizienten-Matrizen und zur Vermeidung unempfindlicher Drehzahlen ist es zweckmässig, entsprechende Vorkenntnisse über kritische Drehzahlen und Eigenformen in die Festlegung der Wucht- und Messebenen sowie der Wuchtdrehzahlen einfließen zu lassen. Zu verschiedenen Verbesserungsvorschlägen zum Wuchten nach Einflusszahlen gehört beispielsweise der Ansatz zur Beschränkung der Amplituden (*united constraint approach* [14] oder *weighted least square method* [91]).

$$\mathbf{U}_K(\Omega) = [[\mathbf{E}^r]^T \mathbf{W} \{\mathbf{E}^r\}]^{-1} \{\mathbf{E}^r\}^T \mathbf{W} \mathbf{q}_0^r \quad (1.13)$$

Die Einführung von Lagrange Multiplikatoren mit Hilfe der diagonal besetzten Gewichtungsmatrix \mathbf{W} bei der Berechnung der Wuchtsätze aus den Testläufen erlaubt die Beschränkung der Amplituden an ausgewählten Messebenen auf ein wählbares Maximum. Da es sich jedoch um einen statistischen Ausgleichsprozess handelt, gehen solche Beschränkungen immer zu Lasten des Wuchtergebnisses an anderen Stellen des Rotors.

Auswuchten ohne Testgewichtsetzungen (Methode der Identifikation)

Klassische Auswuchtverfahren ermitteln eine diskrete Ausgleichgewichtsetzung mit Hilfe eines Nulllaufes und mehrerer Testläufe. Von Identifikationsverfahren spricht man, wenn aus Messungen des Schwingungsverhaltens des Rotors ohne Testunwuchtsetzungen direkt auf die Initialunwuchtverteilung geschlossen wird. Der Zeitgewinn ist enorm, da die Testläufe mit möglichen ungünstig gewählten Testgewichten wegfallen. Der Rotor kann nach dem sukzessiven Anfahren aller Messdrehzahlen ausgewuchtet werden. Im Vergleich zu den klassischen Wuchtmethoden muss aber die gesamte Dynamik der rotierenden Struktur in einem Modell abgebildet werden.

Kellenberger stellt in seinem Buch [47] ausführlich den Stand der Technik über Identifikationsverfahren bis zum Erscheinungsjahr seines Buches dar. Ein erster Ansatz wurde bereits 1961 von Hübner vorgestellt, beinhaltet jedoch starke Vereinfachungen in Bezug auf die Systemdynamik (u.a. Vernachlässigung der Dämpfung und Kreiseffekte). Das Verfahren konnte sich gegenüber damals bereits etabliertem Einflusskoeffizientenverfahren und der Modalen Methode industriell nicht durchsetzen. Ein weiterer Ansatz der Identifikation ist die Messung der Schwingungsantwort in Abhängigkeit von umschaltbaren Lagersteifigkeiten [66]. Ein Identifikationsverfahren auf der Grundlage der Modalen Theorie wurde 1978 von Drechsler und Gasch [20] vorgestellt und 1984 von Drechsler [21] modifiziert. Er schlägt ein verbessertes Verfahren vor, bei dem die Eigenformen und die generalisierte Masse des Rotors bekannt sein müssen. Gemessen wird bei verschiedenen konstanten Drehzahlen in der Nähe der Resonanzen. Für jede auszuwuchtende Eigenform wird in einem schmalen Frequenzband das Verhalten eines gedachten Einmassenschwingers (Gl. (1.8)) an das gemessene Schwingungsverhalten angepasst. Aus den so ermittelten modalen Unwuchten werden über die Eigenvektoren die Ausgleichsunwuchten berechnet. Bei seinem Identifikationsverfahren führt Kreuzinger-Janik [53] auf Basis der Arbeit von Belz [9] zunächst eine vollständige

Modalanalyse am rotierenden Rotor durch, wobei komplexe Eigenvektoren identifiziert werden. Gleitlager und Kreiseffekte werden so berücksichtigt. Mit den gewonnenen Daten wird die Matrix der Übertragungsfunktionen aufgestellt. Dann werden die unwuchterzeugten Schwingungen gemessen. Mit Hilfe der Pseudo-Invertierung der Matrix der Übertragungsfunktionen wird schließlich der Ausgleichunwuchtvektor berechnet.

Die Voraussetzung aller bisherigen Identifikationsverfahren ist es, dass stationäre Messungen in der Nähe der Resonanz möglich sind. Wegen unzulässig großer stationärer Schwingungsausschläge ist dies meist nicht der Fall. Die problematischen stationären Messungen in der Resonanz können vermieden werden, wenn zur Bestimmung der Initialunwucht instationäre Messläufe durchgeführt werden [61]. Bei einer schnellen Resonanzdurchfahrt tritt die Resonanz später ein, die Rotorauslenkungen aufgrund von Unwuchterregung werden reduziert und zwar um so mehr, je schneller die Resonanz durchfahren wird. Durch den Einsatz eines starken Antriebs ist ein transients Hochlauf mit großer Beschleunigung möglich. Flexible Rotoren mit kleinen Trägheiten und geringen Exzentrizitäten können somit auf ihre Betriebsdrehzahl schnell beschleunigt und dann bei dieser Drehzahl ausgewuchtet werden. Durch die Transformation in den Frequenzbereich lässt sich sowohl die Resonanzverschiebung als auch die Resonanzabminderung rechnerisch rückgängig machen. In den Spektren der instationären Läufe sind alle für die Eigenformwuchtung sowie für die Identifikation der Systemparameter wie Eigenfrequenzen und Dämpfung erforderlichen Informationen enthalten. Markert, als Erfinder der Identifikationsverfahren mit Umgehung der Resonanzüberhöhungen, schlug in [61] ein experimentellbasiertes System- und Unwuchtidentifikationsverfahren von elastischen Rotoren mit Hilfe mehrerer instationären Anfahrmessungen mit und ohne Testunwuchten vor. De Silva [15] stellte ein im Frequenzbereich arbeitendes modellbasiertes Verfahren zum Auswuchten elastischer Rotoren mit nur einem transienten Messlauf vor. Seidler [82] verwendete zwei modellbasierte Verfahren zum instationären Auswuchten elastischer Rotoren. Zur Anpassung des theoretischen Modellverhaltens werden dabei je ein Identifikationsverfahren im Frequenzbereich und im Zeitbereich verwendet.

1.4.2 Aktives und automatisches Auswuchten, Auswuchttechnologie

Zielgruppe des aktiven Auswuchtens sind vor allem Rotoren deren Wuchtzustand

sich im Betrieb verändert, *Rotoren mit variabler Unwucht*. Unter aktivem oder automatischem Auswuchten, *On-Line Betriebswuchten*, versteht man die Reduktion von dreh-synchronen Lager- und Wellenschwingungen durch eine am Rotor angebaute Zusatzeinrichtung. Diese Apparatur kann selbstständig ohne Information und Steuerung von Außen wirken (*passives Auswuchten oder Selbstausgleich*) oder anhand von Messgrößen von Außen angesteuert werden (*aktives Auswuchten*). Das aktive Auswuchten lässt sich hierbei in zwei Kategorien unterteilen: das *aktive Auswuchten durch Einleitung von Radialkräften* und das *aktive Auswuchten durch Änderung der Massenverteilung*. In Bild 1.3 sind die aus der Literatur bekannten Methoden zum On-Line Auswuchten graphisch zusammengestellt [93].

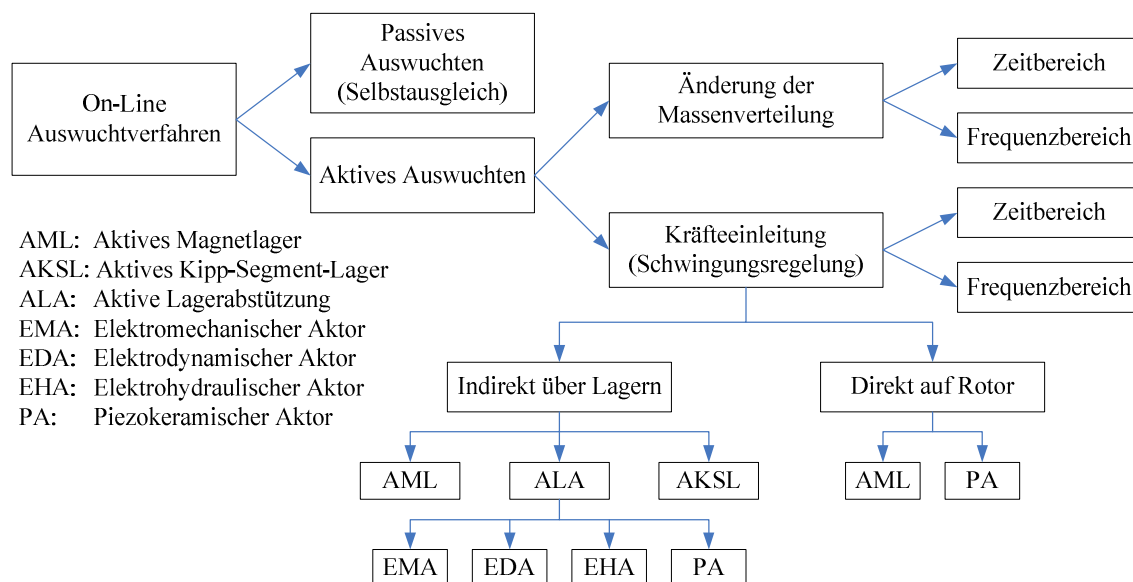


Bild 1.3: Übersicht über On-Line Auswuchtverfahren [93]

1.4.2.1 Passives Auswuchten oder Selbstausgleich

Dazu gehören solche Verfahren wie aufgesetztes Quecksilbergeäß, exzentrische Ringe, Pendelsegmente, Kugel im Konus [47], die ohne Messung auskommen und den Effekt der Selbstzentrierung eines überkritisch betriebenen Rotors zum Wuchten im Betrieb ausnutzen. Der Nachteil solcher Einrichtungen ist, dass sie nur im überkritischen Betrieb die umlaufenden Kräfte durch einen Selbstausgleich verkleinern. Die beweglichen Elemente der Einrichtung müssen daher bis zur kritischen Drehzahl in Neutralstellung blockiert werden, da sie sonst kontraproduktiv wirken. Die Blockierung erfordert jedoch im Allgemeinen einen Eingriff von Außen. Zudem ist dieser Ansatz bei elastischen Rotoren mit mehreren Freiheitsgraden ohne Eingriff von Außen schwer realisierbar. Dennoch wurde in [37] das selbsttätige Auswuchten in zwei Ebenen an einem elastischen Rotor untersucht.

1.4.2.2 Aktives Auswuchten durch Krafteinleitung

Generell können alle Verfahren zum breitbandigen Anregen auch gezielt zum Unwuchtausgleich durch Anbringung von radialen Kräften am Rotor verwendet werden. Solche Verfahren werden als aktive Auswuchtverfahren mit Krafteinleitung in einem Rotorsystem bezeichnet und von Zhou [93] als direkt aktive Schwingungsregelung (*Direct Active Vibration Control*) definiert. Diese Verfahren lassen sich anhand Bild 1.3 zum Beispiel danach unterscheiden, ob die Stellglieder direkt auf den Rotor einwirken oder ob der Stelleingriff über eine Lagerstelle erfolgt.

Aktive Magnetlager können dabei sowohl der einen als auch der anderen Gruppe zugeordnet werden. Der Einsatz von aktiven Magnetlagern wird schon seit längerer Zeit erforscht und ist mittlerweile für einige Anwendungen mit hohen Anforderungen an Drehzahlen, Reibungs- und Schwingungsfreiheit Stand der Technik [81]. Steifigkeits- und Dämpfungscharakteristiken sind mit Hilfe der Reglerparameter im Rahmen des Stellbereichs frei einstellbar. Damit kann bereits in vielen Fällen ein gutes Schwingungsverhalten des Rotors erzielt werden. Im Hinblick auf die Möglichkeiten zur aktiven Unwuchtkompensation mit den aktiven Magnetlagern wurden zahlreiche Untersuchungen durchgeführt, beginnend mit den Arbeiten von [13] und [51]. Eine Beschreibung zur Entwicklung von Auswuchtverfahren bei aktiv magnetisch gelagerten Rotoren findet sich in der Dissertation von Hirschmanner [40]. Er nennt drei mögliche Ziele des Auswuchtens in Magnetlagern.

- Rotation um die geometrische Rotorachse oder *Schwingungsminderung*. Dies bedeutet, dass die AML die zur Kompensation notwendigen Kräfte erzeugen, um den Rotor auf einer geforderten Position zu halten. Dazu müssen sie jedoch entsprechend dimensioniert sein und in der Resonanz genug Dämpfung zur Reduzierung der Auslenkungen des Rotors bereitstellen. Es besteht dabei eine Einschränkung des Drehzahlbereiches, da die Leistungsverstärker der AML aufgrund ihrer Induktivität eine Begrenzung der realisierbaren dynamischen Lagerströme und damit auch der Kräfte bei steigenden Drehzahlen darstellen.
- Minimierung der synchronen Lagerkräfte oder *kräftefreier Lauf*. Magnetlager weisen in der Regel einen Luftspalt von einigen zehntel Millimetern zwischen Rotor und Stator auf. Dies kann dazu genutzt werden, den Rotor um seine Hauptträgheitsachse rotieren zu lassen, wenn der Prozess, in dem dieser Rotor eingesetzt wird, dies zulässt. Das Ausblenden der drehzahlsynchronen Signale gegenüber der Regelung kann auf verschiedene Weise wie z.B. mit adaptivem Notch Filter erfolgen [39].

- Minimierung des Magnetlagerstroms. Dieser Ansatz kann z.B. bei Lagern mit Vormagnetisierung durch Dauermagnete sinnvoll sein. Als weitere Variante wurde in [58] die Idee der passiven Selbstzentrierung von Rotoren in aktiven Magnetlagern untersucht.

Neben den Aufgaben der Schwingungsbeeinflussung können mit AML auch noch weitere Funktionen wie etwa Schadensdiagnose [5], Systemidentifikation [31] oder Messwerkzeug zur Schwingungsüberwachung [81] realisiert werden.

Eine andere Möglichkeit Rotoren zu beeinflussen besteht durch Piezoaktoren. Fürst [30] verwendete diese zur aktiven Lagerabstützung von Wälzlager. Auch Manchala [60] verwendete Piezoaktoren, um bei einem Flugzeugtriebwerk nach einem simulierten Schaufelverlust die entstehenden Unwuchtschwingungen zu reduzieren. Die Übertragung der Kräfte auf den Rotor erfolgte dabei ebenfalls über ein Wälzlager. Es können auch auf der Rotorwelle Piezoelemente eingesetzt werden, die bei einer Bestromung ein Biegemoment auf den Rotor ausüben, welches schwingungsmindernd wirken kann [41].

Zur Realisierung von ALA wurden neben EMA und PA auch EHA oder EDA (Bild 1.3) untersucht. So erforschte Gnielka [34] mehrere mögliche Aktorprinzipien für ein aktives Auswuchtsystem und entwickelte einen Auswuchtprozess, bei dem alle kritischen Drehzahlen mit dem urunwichtigen Rotor sicher durchfahren werden können. Das gelingt durch den Einsatz von elektrodynamischen Aktuatoren in Form von zwei Schwingungserregern in Verbindung mit Identifikationsverfahren und einem geeigneten regelungstechnischen Konzept. Damit ließen sich nach nur einem Hochlauf die Ausgleichmassen bestimmen, die den Rotor für den gesamten Drehzahlbereich beruhigen.

Der Hauptvorteil des aktiven Auswuchtens durch Krafteinleitung ist die Schnelligkeit, mit der die Aktorkräfte auf Systemänderungen reagiert. Durch Anbringung schnell wechselnder Radialkräfte in die rotierende Maschine können alle Schwingungen, drehzahlsynchrone und nichtsynchrone Schwingungen, reduziert werden. Nachteile des Verfahrens sind die begrenzten generierbaren Aktorkräfte oder die zur Verfügung stehenden Aktorleistungen. Demzufolge können diese Verfahren bei sehr hohen Drehzahlen meist die Fliehkräfte nicht mehr vollständig kompensieren und somit die Schwingungen nicht mehr reduzieren. Zudem benötigen die Aktoren bei diesem Verfahren eine permanente Energiezufuhr, die mit der Drehzahl quadratisch ansteigt.

Im Gegenteil hierzu können die Verfahren zum aktiven Auswuchten durch Än-

derung der Massenverteilung in einem weiteren Drehzahlbereich die Fliehkräfte bzw. die Ursache der Fliehkräfte, die Initialunwucht, kompensieren. Die generierte Unwucht, die mit dem Quadrat der Drehzahl ansteigt, erzeugt hohe Fliehkräfte, die zur Erregungskompensation genutzt werden können. Dabei benötigen die Aktoren zur Änderung der Massenverteilung keine permanente Energiezufuhr, sondern lediglich Antriebsenergie. Jedoch sind diese Verfahren aufgrund der notwendigen Messläufe zur Abschätzung der Initialunwucht langsam und können nur drehzahl-synchrone Schwingungen minimieren.

1.4.2.3 Aktives Auswuchten durch Änderung der Massenverteilung

Es handelt sich hierbei um Wuchtgewichte, die in einer Zusatzeinrichtung am Rotor montiert sind. Zu Beginn sind die Wuchtgewichte in neutraler Lage blockiert. Bei den gewünschten Wuchtdrehzahlen werden die erforderlichen Wuchtgewichte durch eine Steuerung von Außen in die gewünschte Winkellage gebracht. Die Übertragung der Steuersignale kann über Schleifringe oder elektronisch mit Sender und am Rotor montierte Empfänger erfolgen.

Grundsätzlich gibt es drei Möglichkeiten zum aktiven Wuchten [47]. Man kann erstens durch Zusatzmassen einen Massenausgleich am Rotor erzielen, zweitens eine Initialkrümmung des Rotors in gewissen Grenzen kompensieren und drittens durch gesteuerte Verkrümmung des Rotors einen Massenausgleich vollziehen.

Als Pionier des aktiven Auswuchtens durch Änderung der Massenverteilung stellte Van de Vegte [16] mehrere Varianten eines aktiven Auswuchtsystems vor, die auf Basis motorischer Verstellung von unwuchtbehafteten Wuchtköpfen arbeiten. Bishop [10] macht aufmerksam darauf, dass ein einziger derartiger Wuchtkopf bei guter Entkoppelbarkeit genügt, um jede Eigenform eines Rotors bis hinauf zur Betriebsdrehzahl zu wuchten. Voraussetzung ist, dass der Wuchtkopf axial so montiert ist, dass er nicht mit einem Knoten einer Eigenform zusammenfällt, ansonsten wird er für diese Eigenform unwirksam. Bezüglich der optimalen Position einer Auswuchtvorrichtung auf den Rotor stellten Kim und Lee [48] ein Verfahren vor, um diese zu ermitteln. Gosiewski [36] wendet das aktive Wuchten mit Wuchtköpfen auf elastische Rotoren an und automatisiert den Wuchtvorgang. Dabei wird zur Unwuchtberechnung die Einflusskoeffiziententheorie angewendet. Die Einflusskoeffizienten werden im Betrieb gewonnen, indem bei bestimmten Drehzahlen der Auswuchtkopf definiert verstellt wird um Testgewichte zu generieren. Schwingungsaufnehmer am Rotor führen ihre Signale dem Computer zu, der anhand der ge-

speicherten Einflusskoeffizienten die notwendige Kompensationsunwucht berechnet und die Befehle einem Steuergerät mitteilt, das die Wuchtköpfe in Kompensationsstellung verstellt. Das Resultat wird vom Computer beurteilt, um nötigenfalls weitere Korrekturen einzuleiten, womit ein Regelkreis geschlossen wird. Bei Änderungen des Wuchtzustandes erfolgt somit sofort eine Kompensation durch ständigen Vergleich der Messwerte gewissermaßen quasitransient. Damit ist die Möglichkeit zum Nachwuchten eines Rotors zur Verbesserung der Laufruhe immer vorhanden. Die Vorteile des Verfahrens bestehen ferner darin, dass die Maschine nicht mehr, weder für Testläufe noch für die Montage von Kompensationsunwuchten, abgestellt werden muss. Es können darüber hinaus in einem einzigen Hochlauf sämtliche Kerndaten zur Beruhigung des Rotors erfasst werden.

Tatsache ist allerdings, dass alle diese Verfahren mit Wuchtköpfen in der industriellen Praxis noch nicht erprobt wurden. Daher fanden sie bis jetzt für Großmaschinen wie Turbogruppen, Kompressoren usw. aus folgenden Gründen [47] kaum praktische Verwendung:

- Die Genauigkeit und Stabilität von Wuchtköpfen ist über längere Zeit problematisch.
- Die maximale Größe der zur Verfügung stehenden Kompensationsunwucht im Auswuchtkopf dürfte für die Praxis kaum genügen.
- Die Befehlsübertragung (mit Schleifringen oder Sender und Empfänger) ist aufwendig und störungsanfällig.

Mit der Erfindung von ringförmigen elektromagnetischen Auswuchtaktoren (*Ringwuchtaktuatoren* oder einfach *Auswuchtaktoren*) der Firma LORD BalaDyne [27] sind die Nachteile der Wuchtköpfe in die Vergessenheit geraten. Es waren folglich weitere Forschungsarbeiten im Bereich des aktiven Auswuchtens durch Änderung der Massenverteilung möglich. Eine erste Kombination des Einflusskoeffizienten-Verfahrens mit den Ringwuchtaktuatoren wird von Dyer realisiert. Er implementierte mit Erfolg in [22] ein adaptives Verfahren zur On-Line Abschätzung der Einflusskoeffizienten eines flexiblen Rotors. Auch Alauze [6] untersuchte schon 1998 das aktive Betriebswuchten mit Hilfe von Ringwuchtaktoren. Adler [4] setzte erfolgreich zwei Ringwuchtaktuatoren zum aktiven Auswuchten eines flexiblen Rotors in Magnetlagern durch Beruhigung der Lagerebenen ein. Er automatisierte dadurch den Auswuchtprozess partiell, die Wuchtdrehzahlen mussten weiterhin vom Maschinenbediener ausgewählt und vorgegeben werden.

Zur Reduzierung der Zeitdauer des aktiven Auswuchtprozesses, wie dies bei Werkzeugmaschinen gewünscht ist, wurden zudem das aktive Wuchten im instationären Drehzustand mit sowohl *adaptive* als auch *gain scheduling* Verfahren untersucht ([23], [25], [83], [94] und [95]). Bei diesen Verfahren wird der Auswuchtvorgang erst aktiviert wenn ein bestimmtes Schwingungsniveau überschritten ist.

Mit adaptiven Verfahren ([23], [25], [83]) lassen sich die Ausgleichunwuchten mit Gl. (1.14) aufgrund fehlender Testläufe schneller als beim konventionellen Einflusskoeffizientenverfahren ermitteln.

$$U_{k+1} = U_k - \alpha_{\text{gain}} \frac{q_k}{\tilde{e}} \quad (1.14)$$

Mit Gl. (1.14) wird aus der bekannten generierten Unwucht von Iterationsschritt k diejenige für Iterationsschritt $k + 1$ ermittelt, die den Störeinfluss der gesamten Unwucht, die Schwingungsgröße q_k , minimiert. Mit dem positiven reellen Faktor α_{gain} ($0 < \alpha_{\text{gain}} \leq 1$) wird ein Kompromiss zwischen Konvergenzgeschwindigkeit und Stabilität des Regelalgorithmus gefunden. Die Größe \tilde{e} repräsentiert die abgeschätzte Einflusszahl. Das Verfahren setzt nicht die vorherige Kenntnis der Systemdynamik voraus und berücksichtigt Zustandsänderungen sowie Nichtlinearitäten des rotierenden Systems. Jedoch verliert das Verfahren bei höherer Drehbeschleunigung, aufgrund der relativ langsamen Verstellodynamik der AA, seine Effizienz. Zudem können Stabilitätsprobleme auftreten, wenn bestimmte Voraussetzungen nicht erfüllt sind. Das ist z.B. der Fall, wenn die Einflusszahl \tilde{e} nicht genau genug abgeschätzt wurde oder wenn der Auswuchtaktor und der Sensor nicht kolloziert sind (wenn die Phase zwischen Sensor- und Aktorsignal nicht kleiner als 180 Grad ist, weil die sich nicht in unmittelbarer Nähe befinden), dann konvergiert das Verfahren nicht. Werden mehrere Wuchtebenen benutzt um mehrere Messebenen zu beruhigen, dann wird die Methodik ausschließlich im stationären Drehzustand durchgeführt.

Im Gegensatz hierzu ist das *gain scheduling* Verfahren ([25], [95]) (Bild 1.4) sowohl bei kleinen als auch bei großen Drehbeschleunigungen effizient, solange die Auswuchtaktoren genügend Zeit zu ihrer Verstellung auf die Kompensationsstellungen haben. Das Verfahren setzt die Existenz der Einflusszahlen für verschiedene Drehzahlen bis zur Betriebsdrehzahl voraus und ist daher schneller als das adaptive Verfahren. Hierbei werden die Einflusszahlen analog zur Methode von Markert [61] mit Hilfe instationären Anfahrmessungen in einer Voruntersuchung des Rotors bestimmt. Während des Betriebes werden anhand der vorliegenden Einflusszahlen und der gegenwärtigen gemessenen Schwingungen die Ausgleichunwuchten ge-

rechnet und angebracht, die die gegenwärtige Schwingungen minimieren (Bild 1.4). Mögliche Probleme des instationären aktiven Wuchtens mittels *gain scheduling* sind zum einen die Nutzung von instationären Anfahrmessungen bis zur Betriebsdrehzahl zur vorherigen Ermittlung der Einflusszahlen. Da nicht alle Rotoren mit Hilfe instationärer Anläufe durch ihre Resonanzen bis zur Betriebsdrehzahl beschleunigt werden können. Zum anderen müssen durch geeignete Signalverarbeitungsverfahren die drehzahlsynchronen Schwingungen von den nichtsynchronen und transienten Schwingungen getrennt werden [25]. Eine Voraussetzung dafür ist, dass der Rotor relativ gut gedämpft ist.

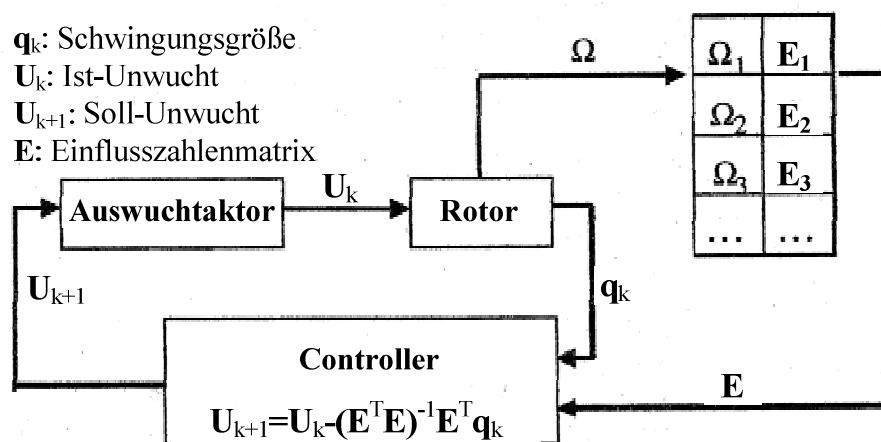


Bild 1.4: Aktives Wuchten mittels „gain scheduling“ [25]

Zu den aktiven Auswuchtverfahren mit Eingriff von Außen zählt auch das thermische Auswuchten. Dabei wird der Rotor durch gezielte Kühlung oder Erwärmung verformt, um die ursprünglich vorhandene Unwucht zu reduzieren. Dieses Verfahren findet vor allem bei großen Motoren bzw. Generatoren seine Anwendung. Eine ausführliche Beschreibung dieser Auswuchttechnik findet sich in [47]. Als weitere Variante gibt es auch das gezielte Verlagern von einzelnen Auswuchtmassen durch thermisch gesteuerte Elemente als thermisches Wuchten an. Eine aktive Variante des thermischen Wuchtens wird in [96] beschrieben.

1.5 Ziele, Motivationen und Aufbau der Arbeit

Die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung einer innovativen Strategie zur Steigerung der Effizienz von rotierenden Maschinen durch Optimierung und vollständige Automatisierung der Auswuchtprozedur. Die zu entwickelnde Strategie basiert auf dem Zusammenspiel von aktiven Magnetlagern (AML), Aus-

wuchtfaktoren (**AA**) und Antriebseinheit (**AE**) zu einem kombinierten Betriebswuchtprogramm wie in Bild 1.5 prinzipiell zu sehen ist.

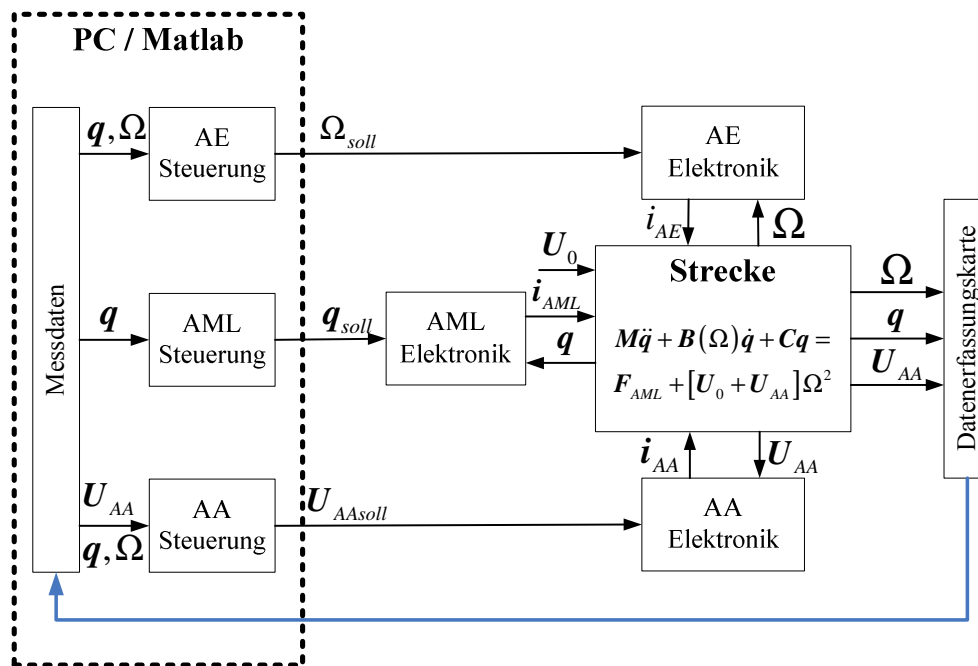


Bild 1.5: Prinzip der automatischen Auswuchtstrategie

Die Motivationen sind dabei:

- Die Eliminierung des Personalaufwandes während des Wuchtprozesses durch die Implementierung des Ingenieurwissens in ein Betriebswuchtprogramm und die vollständige Automatisierung des Wuchtprozesses.
- Die gute Konditionierung der Einflusszahlenmatrizen sowie die Vermeidung schlechter Testläufe durch eine intelligente Generierung von Testunwuchten .
- Die Optimierung des Wuchtprozesses und die Steigerung der Laufruhe durch eine kontinuierliche Kontrolle des Wuchtzustandes und automatische Festlegung der Wuchtdrehzahlen, so dass eine zulässige Auslenkungsamplitude in allen Messpunkten im gesamten Drehzahlbereich nicht überschritten wird.
- Eine sichere Gewinnung aller notwendigen Daten zur Beruhigung des Rotors bis zur Betriebsdrehzahl bei einer sog. Lernphase und die Beschleunigung des Wuchtprozesses mittels *gain scheduling* mit den bei der Lernphase ermittelten Rotordaten (Wuchtsätze) bei einer sog. Betriebsphase.

Mit mechatronischen Ansätzen durch Integration von Hardware und Software bieten sich neue Möglichkeiten zur Optimierung und Automatisierung der Auswuchtprozeduren. Ein Weg ist die Kombination der aktiven Magnetlager, der akti-

ven Auswuchtsysteme und der aktiven Antriebseinheit. Während die aktiven Magnetlager für die Stabilität des Rotor-Systems sorgen (kontaktlose Lagerungsaufgabe) und zusätzlich dazu die Rolle von Wuchtindikatoren mit ihren vorhandenen Lager-sensoren spielen, kann mit Hilfe der aktiven Auswuchtsystemen eine gewünschte Wuchtgüte während des Betriebes durch Änderung des Wuchtzustandes eingestellt werden. Mit der Integration der Antriebseinheit kann die Drehzahl des Rotors während eines Hochlaufes an den herrschenden Wuchtzustand mit Hilfe der folgenden Gleichung adaptiert werden:

$$\Omega_{\text{soll}} = \begin{cases} \ddot{\phi} t & \text{wenn } Q(\Omega(t)) < Q_{\text{zul}} \\ \Omega(t^*) = \text{konst.} & \text{wenn } Q(\Omega(t^*)) > Q_{\text{zul}} \end{cases} \quad (1.15)$$

Gl. (1.15) bedeutet, solange die Auslenkungen unter einem definierten Toleranzwert Q_{zul} liegen, findet ein Hochlauf mit konstanter Drehbeschleunigung $\ddot{\phi}$ statt. Bei Überschreitung des Toleranzwertes, wird die Beschleunigung der AE zu null gesetzt und die aktuelle Drehzahl als Wuchtdrehzahl festgelegt. Der Hochlauf bis zur Betriebsdrehzahl wird erst fortgesetzt, wenn die Auslenkungen an allen Messebenen nach einer automatischen Unwuchtkompensation anhand der AA unter dem Toleranzwert liegen. Diese Prozedur (Bild 1.6) wird solange wiederholt bis die Betriebsdrehzahl erreicht ist. Als Konsequenz der Kombination können neben der vollständigen Automatisierung des Wuchtprozesses die Auslenkungen in den Messebenen kontinuierlich durch die automatische Festlegung der Wuchtdrehzahlen im gesamten Drehzahlbereich unter einem Toleranzwert gehalten werden. Weitere Konsequenzen der Kombination sind die Verbesserungen der Magnetlager- und Antriebseigenschaften. Durch die Begrenzung der Auslenkungsamplituden bleiben die AML linear und erreichen nicht ihre Sättigung [81]. Sie lassen sich daher mit einem einfachen dezentralen Regler niedriger Ordnung in einem weiten Drehzahlbereich stabilisieren. Zudem lassen sich die kritischen Drehzahlen problemlos durchfahren und somit den Betriebsbereich des Rotors erweitern. Bei der Antriebseinheit bleiben die Koppelmomente aufgrund der Massenexzentrizität [33] klein. Damit ist der Einsatz

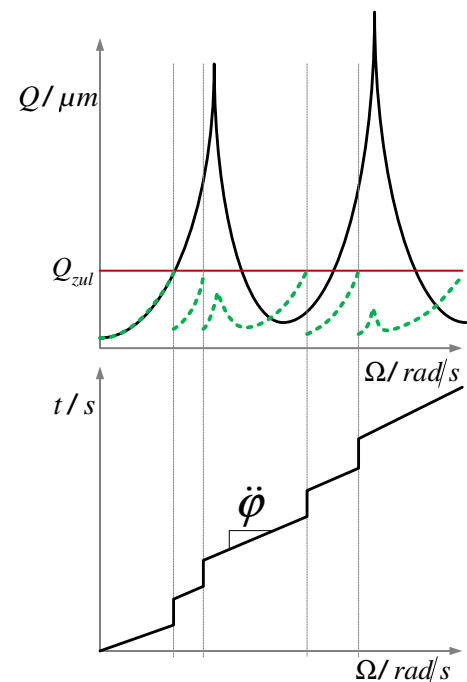


Bild 1.6: Theoretischer Hochlauf ohne und mit automatischer Auswuchtung

eines starken Antriebs, um ein Hängenbleiben bei der Resonanzdurchfahrt zu vermeiden, überflüssig.

Wesentliche Aufgabenstellungen bei dieser Arbeit sind:

- Umbau und Anpassung eines magnetgelagerten Prüfstandes
- Formulierung der Bewegungsgleichungen für einen elastischen Rotor mit AA in AML
- Reglerentwurf für den magnetgelagerten Rotor und Untersuchung des dynamischen Verhaltens des magnetgelagerten Rotors
- Modellierung des Versuchsstandes
- Konzeption und mathematische Beschreibung der automatischen Auswuchtstrategie
- Theoretische Untersuchung und Demonstration der Strategie anhand des erstellten Modells des Versuchsstandes in der Simulation
- Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Systeme am Versuchsstand zur Anwendbarkeit der automatischen Auswuchtstrategie
- Experimentelle Erprobung und Validierung der Auswuchtstrategie am Versuchsstand.

Für die Umsetzung des oben definierten Ziels wird die vorliegende Arbeit folgendermaßen gegliedert:

Kapitel 2 fasst die für diese Arbeit notwendigen theoretischen Grundlagen zusammen. In den ersten Abschnitten werden die aktiven Magnetlager- und Auswuchtsysteme vorgestellt. Anschließend wird eine zusammengefasste, jedoch notwendige theoretische Grundlage zu elastischen Rotoren eingeführt, anhand derer die Auswuchtaufgabe zur Minimierung der Schwingungen mathematisch definiert wird. Es werden die klassischen Unwuchtberechnungsverfahren in Kombination mit den Auswuchtaktoren in einer modifizierten Form vorgestellt.

Kapitel 3 beschreibt den zur Realisierung der genannten Motivationen in dieser Arbeit umgebauten Prüfstand. Es behandelt anschließend die Modellbildung des Prüfstandes zum Zweck des Magnetlagerreglerentwurfs und der theoretischen Untersuchung der zu entwickelnden Strategie in der Simulation. Dabei wird ein dezentraler Magnetlagerregler zur Stabilisierung des Rotors im interessierenden Frequenzbereich entworfen und implementiert. Danach wird das durch die Magnetlagerregelung veränderte dynamische Verhalten des Rotorsystems untersucht. Ab-

schließlich werden die Teilsysteme zu einem Gesamtmodell des Versuchsstands verknüpft.

Im **Kapitel 4** wird die automatische Auswuchtprozedur entworfen und theoretisch anhand von Simulationen mit dem im Kapitel 3 erstellten Prüfstandsmodell untersucht und demonstriert. Es werden bei der Entwicklung der automatischen Auswuchtstrategie ein Verfahren zur Bestimmung der Amplituden und Phasen der Unwuchtschwingungen, eine Strategie zur intelligenten Testunwuchtgenerierung und schließlich eine Methode zur automatischen Festlegung der zulässigen Auslenkungsamplitude, ab der Auswuchten erforderlich ist, vorgestellt.

Im **Kapitel 5** wird die entwickelte Auswuchtstrategie am Prüfstand anhand eines elastischen Rotors mit unbekanntem Initialwuchtzustand experimentell validiert und bewertet. Davor wird die Reproduzierbarkeit der am Prüfstand vorhandenen Systeme, als Voraussetzung zur Anwendbarkeit der automatischen Auswuchtstrategie, untersucht.

Den Abschluss dieser Arbeit im **Kapitel 6** bilden eine Zusammenfassung sowie ein Ausblick aus der Sicht des Verfassers über weitere mögliche Untersuchungen.

2 SYSTEMTHEORETISCHE GRUNDLAGEN

Dieses Kapitel fasst die für diese Arbeit notwendigen theoretischen Grundlagen zusammen. Es werden die aktiven Magnetlager und die Auswuchtsysteme vorgestellt. Anschließend wird eine zusammengefasste, jedoch notwendige Theorie zur Dynamik elastischer Rotoren eingeführt, anhand derer die Auswuchtaufgabe zur Minimierung der Schwingungen mathematisch definiert wird. Abschließend werden die klassischen Auswuchtverfahren mit Testgewichtsetzungen in Kombination mit den Auswuchtaktoren in einer modifizierten Form, sog. aktives Betriebswuchten, vorgestellt.

2.1 Aktives Magnetlagersystem

2.1.1 Elektromagnetisches Prinzip

Magnetlagerkraft

Bei dem aktiven Magnetlager handelt es sich um Aktoren, die nach dem elektromagnetischen Prinzip arbeiten. Die magnetische Kraft entsteht auf den Trennflächen von Gebieten

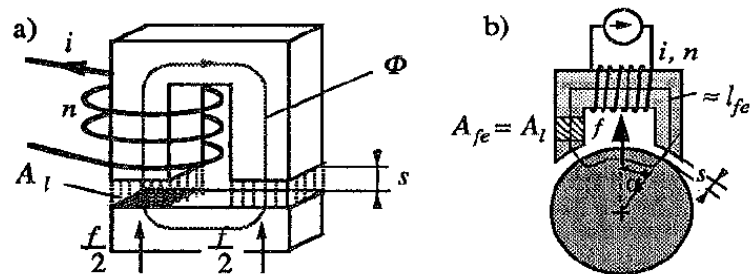


Bild 2.1: Magnetkraft und Magnetfeld [81]

unterschiedlicher Permeabilität, an den Polflächen, die die Grenze zwischen Eisenkern und Luftspalt bilden (*Reluktanzkraft*). Diese Kraft wirkt stets in Richtung kleinerer Werte der Permeabilität μ .

Die Kraft lässt sich aus der magnetischen Energiedichte herleiten. Bei linearen, isotropen Stoffen ist die Energiedichte eine Funktion des magnetischen Feldes:

$$W_m = \int_{(V)} w_m dV \quad \text{mit} \quad w_m = \int_0^H \mu H dH = \mu \frac{H^2}{2} \quad (2.1)$$

Unter der Annahme eines stationären Magnetfeldes ergibt sich die Kraft, die auf den Anker des Polpaares aus Bild 2.1.a wirkt, durch die räumliche Ableitung der mechanisch geleisteten Arbeit, die sich durch die Änderung der magnetischen Energie

ergeben würde, wenn sich der eisenhaltige Anker um die Strecke ∂s in den Luftspalt verschieben würde:

$$F_{\text{AML}} = \frac{\partial W_{\text{m}}}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left[\int_{(V)} \mu_{\text{Luft}} \frac{H_{\text{Luft}}^2}{2} dV - \int_{(V)} \mu_{\text{Fe}} \frac{H_{\text{Fe}}^2}{2} dV \right] \quad (2.2)$$

Mit $V = 2As$ und der magnetischen Flussdichte $B = \mu H$ und $\mu = \mu_0 \mu_r$ erhält man:

$$F_{\text{AML}} = [\mu_{\text{rLuft}} H_{\text{Luft}}^2 - \mu_{\text{rFe}} H_{\text{Fe}}^2] \mu_0 A = \left[\frac{1}{\mu_{\text{Luft}}} - \frac{1}{\mu_{\text{Fe}}} \right] \frac{AB^2}{\mu_0} \quad (2.3)$$

Die magnetische Kraft ist somit für eine bestimmte Geometrie abhängig von der magnetischen Flussdichte und der Permeabilität des Eisens. Für die Praxis ergibt sich aus Gl. (2.3) unter Annahme dass $\mu_{\text{rFe}} \gg \mu_{\text{rLuft}} = 1$, solange das Eisen noch nicht in der Sättigung ist, die magnetische Kraft des Polpaars zu:

$$F_{\text{AML}} = \frac{AB^2}{\mu_0} \quad (2.4)$$

Diese Gleichung ist als *Maxwellsche Zugkraftformel* bekannt. Sie kann zur Berechnung der Magnetkraft angewendet werden, wenn das Magnetfeld über die Grenzfläche A homogen ist und senkrecht zu dieser Fläche verläuft. Die Energie steckt dann nahezu komplett im Luftspalt. Im Extremfall eines total gesättigten Eisens könnte aber trotz permanent steigender magnetischer Flussdichte das Magnetlager keine Kraft mehr erzeugen, da $\mu_{\text{rFe}} = \mu_{\text{rLuft}}$.

Die magnetische Flussdichte lässt sich bei Elektromagneten mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes aus dem Spulenstrom i und dem Ankerweg s ermitteln. Unter der Annahme einer über den gesamten Querschnitt $A = A_{\text{Luft}} = A_{\text{Fe}}$ entlang des Weges homogen verteilten, magnetischen Feldstärke H und der Vernachlässigung von Streuflüssen lautet das Durchflutungsgesetz:

$$\Theta = \oint H ds = H_{\text{Fe}} s_{\text{Fe}} + 2H_{\text{Luft}} s = Ni \quad (2.5)$$

Mit der Durchflutung Θ und der Anzahl der Windungen N . Ersetzt man nun wieder die magnetische Feldstärke durch die magnetische Flussdichte B und löst nach ihr auf, erhält man:

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{s_{\text{Fe}}/\mu_{\text{rFe}} + 2s} \quad (2.6)$$

Die elektromagnetische Kraft ergibt sich schließlich durch Einsetzen von Gl. (2.6) in Gl. (2.3) zu:

$$F_{AML} = \left[\frac{1}{\mu_{Luft}} - \frac{1}{\mu_{Fe}} \right] \left[\frac{i}{0.5 s_{Fe}/\mu_{rFe} + s} \right]^2 \frac{\mu_0 A N^2}{4} \quad (2.7)$$

Aus Gl. (2.7) ist ersichtlich, dass die Magnetkraft als Funktion vom Spulenstrom i und vom Weg s nichtlinear ist. In der Systemtheorie wird jedoch vorzugsweise mit linearen Beziehungen gerechnet, deshalb ist die nichtlineare Beziehung in einem festgelegten Arbeitspunkt (s_0, i_0) zu linearisieren.

Differenzansteuerung

Die gegenüberliegende Anordnung zweier Elektromagnete, die *Differenzansteuerung* (Bild 2.2), ermöglicht es, den Verlauf der Magnetkraft zusätzlich zu dem bekannten, mathematischen Linearisierungsverfahren (*Taylorreihenentwicklung*) über den beiden Variablen i und s vorab linear zu gestalten.

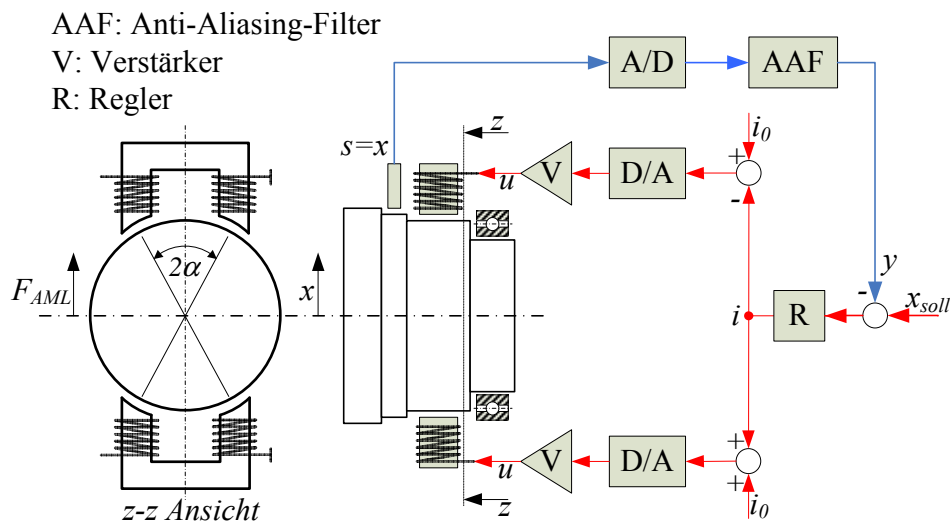


Bild 2.2: Prinzip der Differenzansteuerung und Funktionsprinzip der aktiven Magnetlagerung

Bei der Differenzansteuerung (Bild 2.2), werden in eine Richtung zwei gegenüberliegend angeordnete elektromagnetische Aktuatoren betrieben. Die Richtung mit dem kleineren Luftspalt ($s_0 - x$) wird mit der Summe aus Vormagnetisierungsstrom und Steuerstrom ($i_0 + i$) und die mit dem größeren Luftspalt ($s_0 + x$) mit der Differenz ($i_0 - i$) beaufschlagt. Die resultierende Kraft in eine Richtung ergibt sich, unter der Annahme, dass für beide Pole die Permeabilität gleich groß ist ($\mu_{rFe0} = \mu_{rFeu}$), aus der Differenz der beiden Kräfte aus Gl. (2.7) für zwei gegenüberliegende Polpaare (sogenannte i, s - Methode) zu:

$$F_{AML} = F_{AML,0} - F_{AML,u}$$

$$= \frac{\mu_0 AN^2}{4} \left[\frac{1}{\mu_{Luft}} - \frac{1}{\mu_{Fe}} \right] \left\{ \left[\frac{i_0 + i}{0.5 s_{Fe}/\mu_{rFe} + s_0 - x} \right]^2 - \left[\frac{i_0 - i}{0.5 s_{Fe}/\mu_{rFe} + s_0 + x} \right]^2 \right\} \quad (2.8)$$

Aus der nichtlinearen Abhängigkeit der Magnetkraft vom Spulenstrom und vom Weg (Gl. (2.7)) ergibt sich ein quasi linearer Zusammenhang. Vernachlässigt man das Eisen unter Annahme, dass $\mu_{rFe} \gg \mu_{rLuft}$ und nimmt man an, dass $s \ll s_0$ bzw. $i \ll i_0$, erhält man aus Gl. (2.8) nach der mathematischen Linearisierung um den Arbeitspunkt (i_0, s_0) die gängige Beziehung nach [81]:

$$F_{AML} = \mu_0 AN^2 \left[\frac{i_0^2}{s_0^3} x + \frac{i_0}{s_0^2} i \right] \quad (2.9)$$

Gl. (2.9) gilt für das Modell des U-Magneten gemäß Bild 2.1.a. Im Unterschied dazu greifen bei einem realen Radiallagermagnet (Bild 2.1.b/Bild 2.2) die Kräfte der beiden Magnetpole unter einem Winkel α am Rotor. Bei einem Radiallager mit vier Polpaaren ist beispielweise $\alpha = 22.5$ Grad. Unter Berücksichtigung von α erhält man die linearisierte Kraft zu:

$$F_{AML} = k_i i + k_s x \quad (2.10)$$

mit

$$k_s = \left[\frac{\partial F}{\partial x} \right]_{i=0, s=0} = \mu_0 AN^2 \frac{i_0^2}{s_0^3} \cos^2(\alpha) \text{ und } k_i = \left[\frac{\partial F}{\partial i} \right]_{i=0, s=0} = \mu_0 AN^2 \frac{i_0}{s_0^2} \cos(\alpha) \quad (2.11)$$

Auf den Rotor können daher mit der Differenzansteuerung in eine Richtung sowohl positive als auch negative Kräfte ausgeübt werden, d.h. der Rotor ist in der Lagerebene innerhalb des zur Verfügung stehenden Luftspalts s_0 frei positionierbar. Für jede Krafrichtung kann ein separater Regelkreis realisiert werden (*dezentrale Regelung*). Es sei noch erwähnt, dass bereits der Zusammenhang in Gl. (2.10) auf mehreren vereinfachenden Annahmen beruht, also eine analytische Näherung darstellt, die jedoch bei der Berechnung von magnetischen Kreisen üblich ist und meist zu hinreichend genauen Ergebnissen führt.

Gl. (2.11) gilt für entkoppelte Polpaaren [31]. Bei gekoppelten Polpaaren ergibt sich unter Berücksichtigung der auftretenden Streuflüsse die folgende Gleichung:

$$k_s = \left[\frac{\partial F}{\partial x} \right]_{i=0, s=0} = \mu_0 AN^2 \frac{i_0^2}{s_0^3} \text{ und } k_i = \left[\frac{\partial F}{\partial i} \right]_{i=0, s=0} = \mu_0 AN^2 \frac{i_0}{s_0^2} \cos(\alpha) \quad (2.12)$$

Der k_i -Faktor bleibt unverändert und der Einfluss der Winkel verschwindet bei dem k_s -Faktor sodass der sich um 18 % erhöht.

2.1.2 Aufbau und Funktionsweise

Primäres Ziel eines Magnetlagers ist es einen Körper zum schweben zu bringen. Die Funktionsweise einer aktiven magnetischen Lagerung eines Rotors kann folgendermaßen anhand Bild 2.2 beschrieben werden. Die Auslenkung x des Rotors aus der Gleichgewichtslage wird mit einem am Magnetlagergehäuse integrierten Sensor berührungsfrei gemessen und mit der Sollposition x_{soll} verglichen. Daraus bestimmt der Regler den notwendigen Strom $i(t)$ zur Kompensation der Abweichung. Der D/A-Wandler liefert dem Verstärker eine stromproportionale Spannung $u(t)$. Diese Spannung wird vom Leistungsverstärker angepasst und den Elektromagneten zugeführt. Es baut sich ein Spulenstrom in den Elektromagneten auf. Im idealen Fall, bei *Stromsteuerung* [81], sind Spulenstrom und Reglerstrom gleich. Nach dem Reluktanzprinzip bildet sich in dem Luftspalt dann eine Magnetkraft nach Gl. (2.10). Es wird den Elektromagneten solange eine Spannung zugeführt, bis der Rotor schwebt ($y = x_{soll}$). Diese Anordnung zum berührungsfreien Tragen eines Körpers wird als aktive Magnetlagerung bezeichnet. Der zu tragende Körper muss natürlich ferromagnetisch sein.

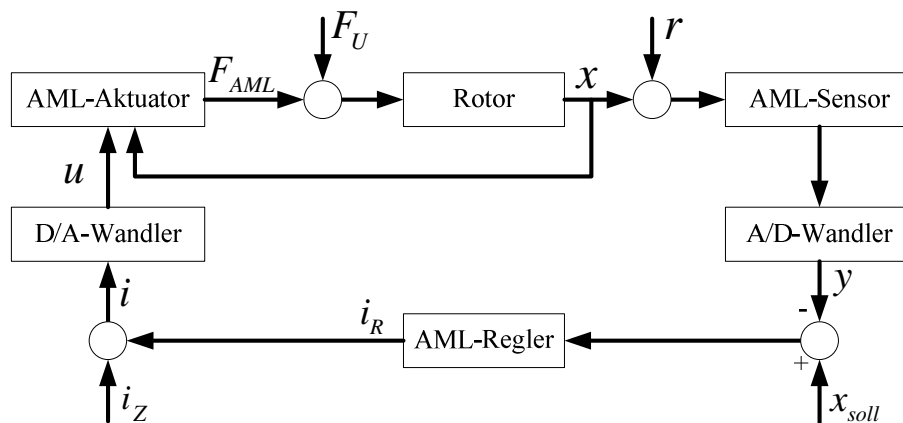


Bild 2.3: Blockschaltbild des geschlossenen Magnetregelkreises

Anhand des Blockschaltbilds eines geschlossenen Magnetlagerregelkreises (Bild 2.3) kann die Funktionsweise einer aktiven magnetischen Lagerung mathematisch analysiert werden. Dabei steht der Magnetlageraktuator (AML-Aktuator) für den Leistungsverstärker und die Elektromagnete, r für das Sensorrauschen, y für die digitalisierte Messgröße und i_Z für eine zusätzliche Stellgröße. Die mechanische Regelstrecke (Rotor), mit Ausgangsgröße x und Eingangsgröße die Summe der Kräfte, lässt sich durch das Newtonsche Gesetz beschreiben:

$$m\ddot{x} = F_{AML} + F_U \quad (2.13)$$

Wobei F_{AML} die Magnetkraft und F_U eine zusätzliche Störkraft ist. Die Gewichtskraft wird vernachlässigt. Durch Einsetzen von Gl. (2.10) ergibt sich die Bewegungsgleichung des Rotors zu:

$$m\ddot{x} = k_s x + k_i i + F_U \quad (2.14)$$

Formt man Gl. (2.14) um, dann wird die negative Steifigkeit des Magnetlagers durch das negative Vorzeichen des Terms k_s ersichtlich:

$$m\ddot{x} - k_s x = k_i i + F_U \quad (2.15)$$

Bei beliebigem Kraftanteil $k_i i$ kann die Lösung der Bewegungs-Differential-Gleichung instabil sein. Das heißt, bei der kleinsten Störung aus der Gleichgewichtslage $x = 0$ wird eine Auslenkung $x(t)$ sofort in Richtung der Störung anwachsen bis der Körper entweder auf den Magneten aufschlägt oder herunterfällt. Mit Hilfe z.B. eines PD-Reglers kann der Strom i so geführt werden, dass das Magnetlager ein stabilisierendes Feder-Dämpfer-Verhalten nachbildet [81]. Dies ist der Fall wenn das digitalisierte Sensorsignal proportional zur wirklichen Auslenkung ist ($y \sim x$) und wenn der Leistungsverstärker ohne Verzögerung den vom Regler vorgeschriebenen Spulenstrom i erzeugt. Wobei i sich aus der folgenden Gleichung ergibt:

$$i = -k_p x - k_D \dot{x} + i_z \text{ wenn } x_{soll} = 0 \quad (2.16)$$

Hierbei stellen k_p und k_D die einstellbaren Parameter des PD-Reglers dar. Es ergibt sich somit die folgende Schwingungsgleichung für den geschlossenen Regelkreis:

$$m\ddot{x} + d_{AML} \dot{x} + k_{AML} x = k_i i_z + F_U \text{ mit } \begin{cases} k_{AML} = k_i k_p - k_s \\ d_{AML} = k_i k_D \end{cases} \quad (2.17)$$

Durch die Wahl der Parameter des PD-Reglers werden die gewünschte Lagersteifigkeit k_{AML} und Lagerdämpfung d_{AML} des magnetgelagerten Systems eingestellt. Das instabile Magnetlagersystem lässt sich somit stabilisieren und die gewünschten dynamischen Eigenschaften des Systems lassen sich einstellen. Fügt man dem PD-Regler einen I-Anteil zu, erreicht man eine hohe statische Steifigkeit [81]. Mit Hilfe von i_z können die Magnetlager verwendet werden, um das System anzuregen z.B. zur Systemidentifikation [31] oder zur Störgrößenkompensation ([39], [40] und [89]).

2.1.3 Dynamisches Verhalten

Die bisherige Behandlung der Magnetlagerregelung beruht auf der Annahme, dass der Strom in der Magnetlagerwicklung dem Reglerstrom ideal folgt (Stromsteuerung). Die Magnetlagerwicklung hat aber eine bestimmte Induktivität L , die sich bei plötzlicher Stromänderung widersetzt. Für eine genauere Behandlung des Magnetlagersystems muss die Wirkung der Induktivität der Lagerwicklung also mitberücksichtigt werden. Die Spannung am Ausgang eines Verstärkers teilt sich auf in den Anteil, der zur Erzeugung von Stromänderungen verwendet wird und in den Anteil, der zur Überwindung der Ohm'schen Last der Magnetlagerwicklung notwendig ist. Dazu kommt noch ein dritter Anteil, die durch den bewegten Rotor induzierte Spannung u_{ind} . Die Induktion in einer Magnetspule tritt zum einen beim Einschalten des Magneten und zum anderen bei Bewegung des Magnetankers, also hier des Rotors, auf. Es gilt daher im Fall der Spannungssteuerung die folgende Gleichung:

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} - u_{\text{ind}} \text{ mit } L = f(x) \approx \frac{\mu_0 N^2 A}{2x} \quad (2.18)$$

Vernachlässigt man die Induktion aufgrund der Ankerbewegung ($u_{\text{ind}} = 0$), so wird ersichtlich, dass die Induktivität einem schnellen Stromaufbau in der Spule entgegen wirkt. Mit einer Spannung u am Verstärkerausgang erhält man die Stromamplitude in der Spule in Abhängigkeit der Frequenz ω zu:

$$i(j\omega) = \frac{u}{R} \frac{R}{RL(x)j\omega + R} \quad (2.19)$$

Bis zur Eckfrequenz $\omega_g = R/L(x)$ ist gerade noch die volle Amplitude i_{max} erreichbar. Zur Erhöhung des Arbeitsbereiches des magnetischen Aktuators von ω_g auf ω_{sat} begrenzt man den

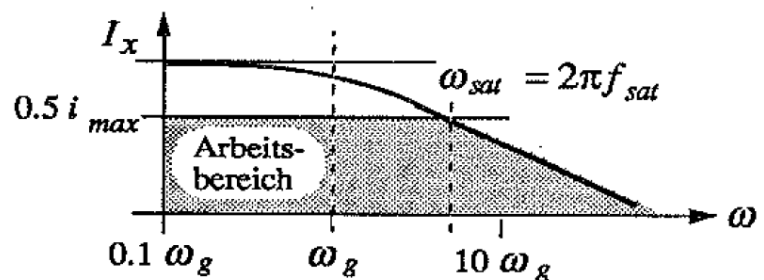


Bild 2.4: Arbeitsbereich des aktiven Magnetlagers [81]

Strom z.B. auf die Hälfte ($0.5 i_{\text{max}}$) (Bild 2.4). ω_{sat} wird als Leistungsbandbreite des elektromagnetischen Aktors bezeichnet. Sie kann durch die Erhöhung der Verstärkerleistung $P_V = ui$ ausgedehnt werden. Diese Beschränkung des Arbeitsbereichs wirkt sich für die Regelung als Stellgrößenbeschränkung aus.

Mit der Stromamplitude $0.5 i_{\text{max}}$ und der Eingangsspannungsamplitude u erhält

man eine direkte Beziehung zwischen der maximalen Leistung des Verstärkers $P_{V,max}$, der maximalen Tragkraft und der Leistungsbandbreite [81]:

$$P_{V,max} = \frac{s_0 F_{AML,max} \omega_{sat}}{0.92} \quad (2.20)$$

Der Einsatz eines stromgeregelten Leistungsverstärkers (Stromsteuerung) bringt weitere Vorteile mit sich. Zum einen folgt der Spulenstrom dem vom Regler vorgeschriebenen Strom fast ideal. Dadurch lässt sich die Systemordnung für die Regelung reduzieren, da die Induktion des Lagers, die als Integrator zwischen Spannung und Strom wirkt, durch die Stromregelung des Verstärkers eliminiert wird. Auch die Gegeninduktion aus der radialen Bewegung des Rotors wird vom Stromregler kompensiert und kann folglich unberücksichtigt bleiben.

Desweiteren beruhen im Allgemeinen die Berechnungen des dynamischen Verhaltens des Rotors auf den Annahmen konstanter Lagersteifigkeit und -dämpfung (Gl. (2.17), rechts) durch die aktiven Magnetlager. Generell sind diese nicht konstant. Im niederfrequenten Bereich ist die Steifigkeit aufgrund des I-Anteils des Reglers theoretisch unendlich hoch. Dagegen sind im höheren Frequenzbereich die Steifigkeit und Dämpfung aufgrund der Stellgrößenbeschränkung, des Auftretens von Wirbelströmen und Hysterese annähernd null. Dazwischen sind sie von der maximalen Leistung und Dynamik des Aktuators (Verstärkers) sowie vom Übertragungsverhalten des Reglers stark abhängig.

2.2 Aktives Auswuchtsystem

Im Rahmen dieser Arbeit werden elektromagnetisch verstellbare ringförmige aktive Auswuchtsysteme Hofmann EMB 7000 (Hersteller LORD BalaDyne [27]) untersucht. Bild 2.5 zeigt eine Detailansicht eines Auswuchtaktors.

2.2.1 Aufbau und Funktionsweise

Aufbau des Auswuchtsystems

Das Auswuchtsystem ist ein typisches mechatronisches System (Bild 2.8). Es besteht aus einem fest an der auszuwuchtenden Welle montierten Rotorteil (Mechanik), einem fest am Gehäuse oder Fundament angeordneten Statorteil (Aktuator + Sensor) und einer Auswertelektronikeinheit (Regler) und Leistungsverstärker, die über eine serielle Schnittstelle RS232 mit einem PC kommunizieren kann.

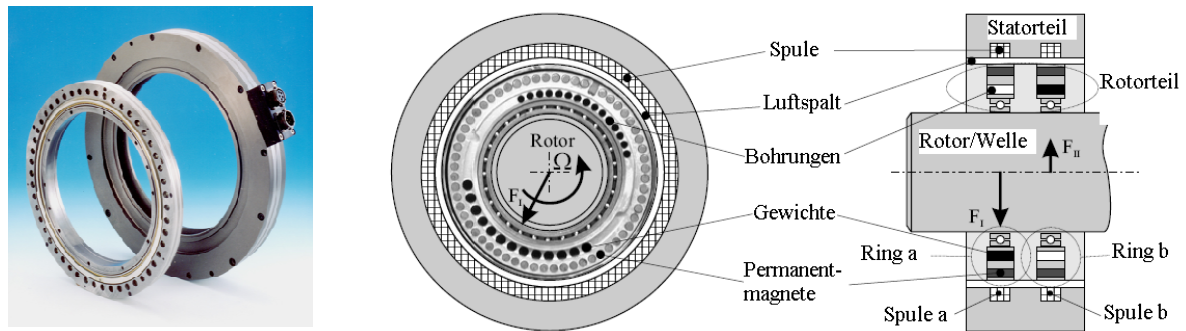


Bild 2.5: Auswuchtaktor EMB 7000 der Firma Hofmann

Der an der Welle fest montierte Rotorteil beinhaltet zwei unwuchtbehaftete Ringe. Die Unwuchtkapazität eines Wuchtringes ergibt sich aus den Bohrungen zwischen dem zur Lagerung verwendeten Dünnringlager und den Dauermagneten mit axialer Magnetisierung, die variabel mit Wuchtgewichten bestückt werden. Die beiden Ringe können unabhängig voneinander auf der rotierenden Welle positioniert werden. Mit Hilfe der axialen Dauermagneten werden sie auf ihren Positionen festgehalten. Nur durch eine (Stromimpuls-) Steuerung von außen lassen sich die Ringe verstellen. Sie bleiben auch bei externen Störungen aufgrund von z.B. starken Beschleunigungen und Verzögerungen sowie hochfrequenten Vibrationen mit hohem Pegel auf ihren Positionen, sofern gewisse Grenzen nicht überschritten werden.

Die relativen Positionen der Auswuchtringe zueinander ergeben eine resultierende Aktor- oder Rotorunwucht nach dem Spreizwinkel-Verfahren (Gl. (2.21)). Sind die Ringe gegenüberliegend positioniert, dann ist die resultierende Rotorunwucht null, die Ringe neutralisieren sich gegenseitig (Neutralstellung). Zeigen die Ringe in die gleiche Richtung, nebeneinanderliegend, dann erzeugen sie die maximale generierbare Rotorunwucht, nämlich die Summe der Unwuchtkapazität der beiden Ringe. Zwischen diesen beiden extre-

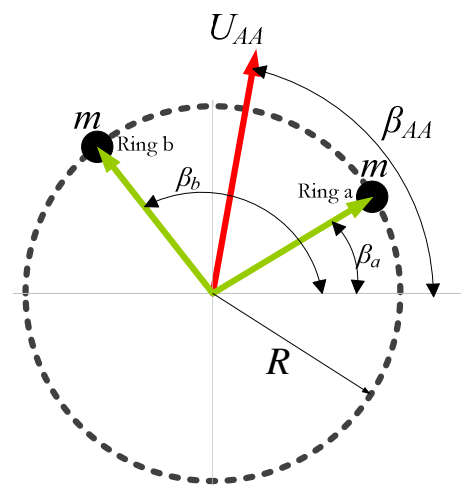


Bild 2.6: Ringverstellung

men Lagen können die Ringe diskret positioniert werden. Das aktive Auswuchtsystem arbeitet somit auf Basis der Massenverteilung. Die Anzahl der diskreten Stellen (Raststellungen) hängt dabei von der Anzahl der eingebauten axialen Dauermagneten zum Festhalten der Ringe in ihrer Position ab. Die generierbare Rotorunwucht ergibt sich entsprechend der Winkeldifferenz der Wuchtringe zu:

$$U_{AA} = |U_{AA}|e^{j\beta_{AA}} = |U_a|e^{j\beta_a} + |U_b|e^{j\beta_b}$$

$$\text{mit } \begin{cases} |U_{AA}| = |U_a|\sqrt{2 + 2\cos(\beta_a - \beta_b)} \\ \beta_{AA} = [\beta_a + \beta_b]/2 \end{cases} \text{ und } |U_a| = |U_b| \quad (2.21)$$

Die Energie zum Antrieb und Verstellen der Auswuchtringe wird durch die Induktion von Magnetfeldern über den Luftspalt zwischen Rotor- und Statorteil übertragen. Dazu werden kurze Stromimpulse von der Auswertelektronik in die Wicklungen der im Statorteil eingebauten Spulen geschickt. Für eine kontinuierliche Verstellung eines Rings in eine Richtung werden Impulse mit wechselnder Polarisierung erzeugt (Bild 2.7). Dabei steht SA für die Stromamplitude, PD für die Pulsdauer und PP für die Pulspause. Die Anzahl der Stromimpulse gibt die Anzahl der zu verstellenden diskreten Stellen (Rastpositionen) an. Im Grunde stellt ein solcher Antrieb einen Schrittmotorantrieb dar. Dabei werden die Dauermagnete mit dem elektromagnetischen Feld überlagert. Die Orientierung des Feldes bestimmt, in welche Richtung der Wuchtring verstellt wird (Wellendrehrichtung oder Gegenrichtung). Die beiden Wuchtringe können nur nacheinander oder abwechselnd verstellt werden. Eine gleichzeitige Verstellung ist aufgrund der doppelten Nutzung des mittleren Halteringes nicht möglich. Trotzdem erfolgt die Verstellung der Ringe zur Unwuchtgenerierung in einem Bruchteil von Sekunden während die Welle sich dreht.

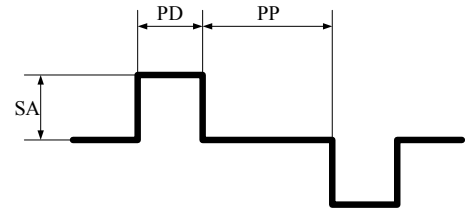


Bild 2.7: Impulssteuerung

Bestimmung der Drehzahl und Winkellage der Auswuchtringe

Zu diesem Zweck sind am Rotorteil des Auswuchtsystems zusätzliche Dauermagnete mit radialer Magnetisierung angebracht, je einer in jedem Auswuchtring und einer im seitlichen Deckel des Rotorteils des AA. Dabei rotiert der seitliche Deckel aber auch die Auswuchtringe mit der Drehfrequenz der Welle. Die radialen Dauermagnete liefern durch drei in gleicher Winkelposition im Stator angebrachten Sensoren je Umdrehung einen Impuls. Die gelieferten Impulse werden durch die Auswertelektronik verarbeitet und ergeben die Phasen der beiden Auswuchtringe sowie die Drehzahl mit der die Welle rotiert. Ausführliche Informationen zur Bestimmung der Drehzahl und der Phasenlage der Auswuchtringe ist in [68] zu finden. Eine Drehzahl und Winkelmessung ist während des Verstellvorganges der Auswuchtringe nicht möglich, da die Felder der Antriebsspulen im Stator sich mit

dem der Gebermagnete überlagern.

Funktionsweise des Auswuchtsystems

Anhand des Blockschaltbildes des Regelkreises einer aktiven Auswuchteinheit (Bild 2.8) wird deren Funktionsweise verdeutlicht.

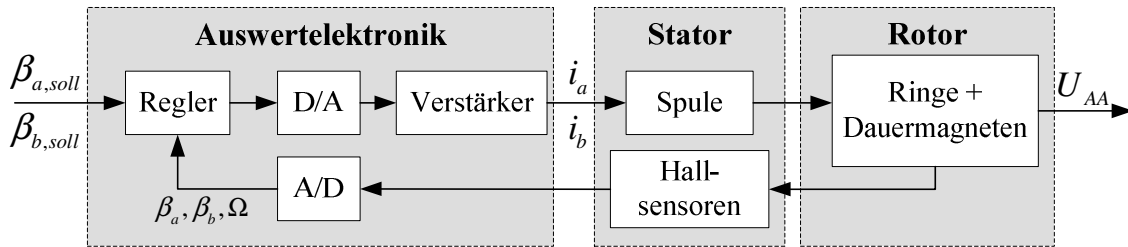


Bild 2.8: Regelkreis eines aktiven Auswuchtsystems (AA)

Die Hauptfunktion des Auswuchtsystems ist es, einen gewünschten Unwuchtbetrag in einer gewünschten Winkellage zu erzeugen, um entweder den Wuchtzustand des Rotors auszugleichen oder eine Testunwucht zu generieren. Für den Ausgleich des Wuchtzustandes des Rotors wird der gewünschte Unwuchtbetrag und -winkel aus einer Unwuchtberechnung anhand von gemessenen Schwingungen am Rotor bestimmt.

Zur Generierung einer Sollunwucht $U_{AA,soll} = |U_{AA,soll}|e^{j\beta_{AA,soll}}$ werden die Sollpositionen der beiden Ringe durch Umformung von Gl. (2.21) bestimmt:

$$\begin{aligned}\beta_{a,soll} &= \beta_{AA,soll} + 0.5 \arccos \left[0.5 |U_{AA,soll}|^2 / |U_a|^2 - 1 \right] \\ \beta_{b,soll} &= \beta_{AA,soll} - 0.5 \arccos \left[0.5 |U_{AA,soll}|^2 / |U_a|^2 - 1 \right]\end{aligned}\quad (2.22)$$

Diese stellen die Sollwerte für den Positionsregler des aktiven Auswuchtsystems dar. Der Regler bestimmt aus Ist- und Sollpositionen die zum Verstellen der Wuchtringe notwendigen Impulse für den Antrieb und schaltet sie in Form von Spannungssollwerten für die jeweilige Statorspule auf den Verstärker. Im Verstärker ist ein schneller unterlagerter Stromregelkreis vorhanden, der aber zwecks Übersichtlichkeit im Bild 2.8 nicht dargestellt ist. Der Auswuchtaktor könnte auch in einer offenen Steuerkette betrieben werden, die Positionsrückführung verbessert aber die genaue Positionierung und ermöglicht die Korrektur von Schritt- oder Verstellungsfehlern.

2.2.2 Verstellungsstrategie

In [68] sind verschiedene Verstellungsstrategien aufgezählt, um die Ringe in ihre Zielpositionen zu bewegen. Das Ziel kann dabei eine möglichst schnelle Verstellung (*sequentiell*) oder ein Verstellvorgang mit möglichst geringen zusätzlichen Störungen (*quasi-parallel*) sein. Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete aktive Auswuchtsystem ist bezogen auf die Verstellmöglichkeiten dadurch beschränkt, dass zum Verstellen der beiden Wuchtringe nur ein Schrittmotorantrieb verwendet wird. Dieser kann die Ringe nur in bestimmte diskrete Positionen bewegen, außerdem ist die Dauer eines Verstellvorganges nicht variabel. Durch Sensoren ist die relative Position der Wuchtringe bekannt. Damit entspricht dieses System der Verstellstrategie: gleiche Verstellgeschwindigkeit, gleiche Schrittweite.

Zur Verstellung der beiden Wuchtringe aus einer bestehenden Istposition in eine geforderte Zielposition sind zwei Möglichkeiten vorhanden, die sich jeweils durch Tausch von Ring a und Ring b ergeben. Die Auswahl einer Lösung findet durch Differenzbildung statt. Aus den Winkeldifferenzen von Ist- und Sollpositionen wird eine Summe nach Gl. (2.23) gebildet:

$$\Delta\beta_{\text{ges}} = [|\beta_{a,\text{soll}} - \beta_{b,\text{ist}}| - |\beta_{a,\text{soll}} - \beta_{a,\text{ist}}|] + [|\beta_{b,\text{soll}} - \beta_{a,\text{ist}}| - |\beta_{b,\text{soll}} - \beta_{b,\text{ist}}|] \quad (2.23)$$

mit $0 < |\beta_{a,\text{soll}} - \beta_{b,\text{ist}}| < 180$ $0 < |\beta_{b,\text{soll}} - \beta_{a,\text{ist}}| < 180$
 $0 < |\beta_{a,\text{soll}} - \beta_{a,\text{ist}}| < 180$ und $0 < |\beta_{b,\text{soll}} - \beta_{b,\text{ist}}| < 180$

Eine Fallunterscheidung liefert dann die Verstellvorschrift:

$$\Delta\beta_{\text{ges}} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} \beta_{a,\text{soll}} = \beta_{a,\text{soll}} \\ \beta_{b,\text{soll}} = \beta_{b,\text{soll}} \end{cases} \quad \text{anderfalls } \Delta\beta_{\text{ges}} < 0 \rightarrow \begin{cases} \beta_{a,\text{soll}} = \beta_{b,\text{soll}} \\ \beta_{b,\text{soll}} = \beta_{a,\text{soll}} \end{cases} \quad (2.24)$$

Mit Hilfe von Gl. (2.24) wird die Positionabweichung $\Delta\beta$ eines Rings sowie die Anzahl der notwendigen Stromimpulse S zur Verstellung eines Rings in die Sollposition bestimmt:

$$\Delta\beta = \beta_{a,\text{soll}} - \beta_{a,\text{ist}} \quad \text{und} \quad S = \text{round} \left(\frac{\Delta\beta}{\delta\beta} \right) \quad \text{mit} \quad \delta\beta = \frac{360}{S_{\text{max}}} \quad (2.25)$$

Hierbei stellt $\delta\beta$ den Schrittwinkel eines Rings und S_{max} die Anzahl der eingebauten axialen Dauermagnete oder der diskreten Raststellungen dar. Schließlich wird entschieden, ob der Ring vor- oder rückwärts verstellt werden soll und anschließend die neue Anzahl der Stromimpulse S_{neu} ermittelt:

$$S_{\text{neu}} = \begin{cases} S_{\text{max}} + S, & \text{wenn } -360 < \Delta\beta < -180 \rightarrow \text{vorwärtsstellen} \\ -S, & \text{wenn } -180 < \Delta\beta < 0 \rightarrow \text{rückwärtsstellen} \\ S, & \text{wenn } 0 < \Delta\beta < 180 \rightarrow \text{vorwärtsstellen} \\ S_{\text{max}} - S, & \text{wenn } 180 < \Delta\beta < 360 \rightarrow \text{rückwärtsstellen} \end{cases} \quad (2.26)$$

Diese Lösung stellt dann die Verstellvariante dar, die den kürzesten Verstellweg erfordert. Die neue Lage eines Rings ergibt sich dabei aufgrund der diskreten Raststellung aus der folgenden Gleichung:

$$\beta_{\text{neu}} = \beta_{\text{ist}} + \delta\beta_{\text{Sneu}} \approx \beta_{\text{soll}} \text{ mit } \{\beta_{\text{neu}}, \beta_{\text{ist}}\} \in [0, 360] \quad (2.27)$$

Die Abweichung zwischen der Soll- und der neuen Position des Ringes ($\beta_{\text{neu}} - \beta_{\text{soll}}$) ergibt den Verstellfehler bzw. den Unwuchtfehler des Auswuchtaktors aufgrund der diskreten Raststellungen.

2.2.3 Eigenschaften

Einfluss des axialen Abstandes der Ringe

Das Auswuchtsystem verwendet zwei Ringe, die nicht in der gleichen axialen Ebene liegen. Sie sind um einen axialen Abstand a voneinander entfernt. Demzufolge generieren sie nicht nur die Unwucht U_{AA} , sondern auch das Unwuchtmoment $M_{AA} = 0.5a[U_a e^{j\beta_a} - U_b e^{j\beta_b}]$ [4]. Aufgrund des geringen axialen Abstandes kann das Unwuchtmoment vernachlässigt werden. Beim Auswuchten kann zudem aufgrund des axialen Abstandes eine höhere Wuchtgüte durch Austausch der Positionen der Ringe a und b erzielt werden [69].

Radialer Luftspalt

Wie bereits oben erwähnt, existiert zwischen dem Stator und dem Rotorteil des Auswuchtaktuators ein Luftspalt. Bei sehr großem Luftspalt liegt der Rotor wegen seiner Durchbiegung oder seiner Eigenformausbildungen nicht genau in der Mitte des Luftspalts. Aufgrund des hier genutzten elektromagnetischen Prinzips zur Induktion der magnetischen Felder wirkt während des Verstellvorganges eine Reluktanzkraft auf den Rotor [1]. Diese Kraft ist wie bei einem Magnetlager proportional zum Quadrat des Luftspalts und zieht den Rotor in Richtung des kleinsten Luftspalts. Sie erzeugt entsprechend der Bestromung der Spule eine zusätzliche Erregung auf den Rotor, die sich aber bei mittiger Lage des Rotors im Luftspalt in der Summe aufhebt. Sie stellt daher für den Einsatz des AA auf elastischen Rotoren einen Nachteil dar. Des Weiteren soll, um ein mögliches Anstreifen zwischen Sta-

tor und Rotor des Auswuchtsystems im Betrieb zu vermeiden, ein möglichst großer Luftspalt gewählt werden. Die Größe des Luftspalts ist allerdings durch mehrere Parameter begrenzt:

- Die verwendeten Hallsensoren zur Bestimmung der Positionen der Auswuchtringe haben eine begrenzte Reichweite, innerhalb derer sie das magnetische Feld des Lagermagneten noch detektieren.
- Je größer der Luftspalt, desto schwächer sind die magnetischen Felder zur Verstellung der AA und desto größer müssen die Stromimpulse sein. Demzufolge sind die Erregungen aufgrund der Stromimpulse noch größer.

Maximaler Drehzahlbereich und maximale Unwuchtkapazität

Die maximale Kapazität eines Auswuchtaktors ist mit der Drehzahl über die Fliehkraft verknüpft. Beide Parameter begrenzen den Drehzahlbereich, in dem die Auswuchtaktoren fehlerfrei funktionieren können. Während die maximale Unwuchtkapazität eines Auswuchtaktors durch den zur Verfügung stehenden Bau- raum des Rotorteils bzw. durch die limitierte Anzahl von Wuchtgewichten in den Ringen begrenzt ist ($|U_a| = mR$), hängt der maximale Drehzahlbereich eines Auswuchtaktors u.a. von der Materialfestigkeit der Ringe und der Tragzahl der Dünnringlager ab. Je höher die Drehzahl Ω , desto größer werden die Fliehkräfte $F_U = |U_a|\Omega^2$ an einem Ring, um so stärker verformt sich der Ring. Die Fliehkräfte verursachen außerdem große Lagerkräfte auf die Dünnringlager und reduzieren demzufolge ihre Lebensdauer. Zudem wirken diese Fliehkräfte bei der Verstellung der Ringe als Reibkräfte. Bei großen Reibkräften müssen größere Stromimpulse generiert werden, um die Haltekräfte von den axialen Dauermagneten und die zusätzlichen Reibkräfte zu überwinden. Bei sehr hohen Drehzahlen kann also die zulässige Materialfestigkeit überschritten werden. Aus diesen Gründen nimmt der Durchmesser des AA mit zunehmendem Drehzahlbereich ab, was folglich zu einer kleineren Unwuchtkapazität des AA führt.

Einfluss der diskreten Raststellungen

Aufgrund der diskreten Arbeitsweise des AA ist die Auflösung begrenzt und es können nicht alle Unwuchten in Betrag und Phase vollständig kompensiert werden. Am Beispiel des Spektrums aller einstellbaren Kompensationsunwuchten eines AA mit $n = 90$ Raststellungen (Bild 2.9) lässt sich Folgendes erkennen [69]:

- Das Spektrum weist bezüglich der Winkellage eine gleichmäßige Verteilung oder Auflösung = $180 / n = 2$ Grad auf, bezüglich des Unwuchtbetrages jedoch nicht. Der absolute Winkelfehler liegt für diesen Fall bei $\Delta\varphi = \text{Auflösung} = 2$ Grad.
- Die Diskretisierung ist für kleine Unwuchtbeträge grober und verursacht in diesem Bereich die größten relativen Betragsfehler des Aktors. Eine einfache Näherung ist $\Delta u_{\max} \approx \pi \times 100 / n = 3.48 \%$.
- Für große Unwuchtbeträge ist die Diskretisierung feiner und der relative Fehler kleiner.

Lingener [56] drückt das für die Beurteilung der Qualität einer Auswuchtmaschine wichtige Unwuchtreduzierverhältnis (URV) R_u durch den relativen Fehler des Unwuchtbetrages Δu und den Fehler der Unwuchtphase $\Delta\varphi$ aus:

$$R_u = 1 - \sqrt{(1 + \Delta u)^2 - 2(0.5 + \Delta u) \cos \Delta\varphi} \quad (2.28)$$

Damit ergibt sich z.B. eine minimale URV von $R_{u,\min}(\Delta u_{\max}, \Delta\varphi) = 95.03 \%$. $R_u = 1$ bedeutet dabei vollständige Kompensation der Initialunwucht mit $(\Delta u, \Delta\varphi) = 0$. Bemerkenswert ist, dass eine Maschine mit einem kleineren URV mehr Auswuchtvorgänge braucht, um eine geforderte Auswuchtgüte zu erreichen.

Maximale zulässige Drehbeschleunigung

Die axialen Dauermagnete, deren Anzahl proportional zu der Anzahl der Raststellungen ist, haben eine limitierte Reluktanzkraft um die Ringe auf ihrer Position zu halten (das Haltemoment beträgt ca. 1 Nm [69]). Diese Tatsache führt zu einer begrenzten maximalen Beschleunigung des Rotors im Betrieb, sonst bleiben die Ringe

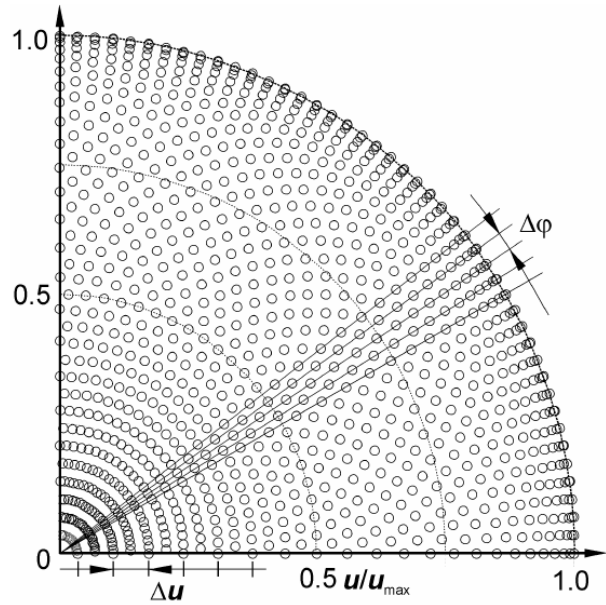


Bild 2.9: Spektrum einstellbarer Unwuchten [69]

bei starken Beschleunigungen oder Verzögerungen nicht auf ihrer Position. Standard AA lassen eine Beschleunigung bis zu 300 rad/s^2 zu [69]. Werden höhere Beschleunigungen gewünscht, dann sollen entweder die Kapazität oder die Anzahl der Raststellungen reduziert werden, da die Haltekraft abhängig von der Größe der Dauermagneten ist, aber die Anzahl der Dauermagneten mit zunehmendem Ringdurchmesser abnimmt. Daher müssen Kompromisse zwischen maximaler Kapazität, maximaler Auflösung und maximaler Beschleunigung des AA gefunden werden. Höhere Auflösung wird durch mehr und kleinere axiale Dauermagnete in den Ringen erreicht. Es werden jedoch mit kleinen Dauermagneten nur kleine Haltemomente und folglich nur kleine zulässige Beschleunigungen realisiert.

2.3 Dynamik elastischer Rotoren

Die Kenntnis des dynamischen Verhaltens eines Rotors ist in verschiedener Hinsicht von Bedeutung (aktive Lagerung, Auswuchttheorie, Inbetriebnahme und Betrieb). Im Folgenden werden zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens des Rotors und zur Analyse des Problems von unwuchterregten Schwingungen die linearen Differentialgleichungen des elastischen Läufers hergeleitet und Verfahren vorgestellt, mit denen man das dynamische Verhalten eines kontinuierlichen Rotors gewinnen kann.

2.3.1 Die Lavalwelle

Die Lavalwelle, als einfachstes mathematisches Modell eines nachgiebigen Rotors, wird in diesem Kapitel vorgestellt, um eine Einführung in die Dynamik von elastischen Rotoren zu geben. Trotz der Einfach-

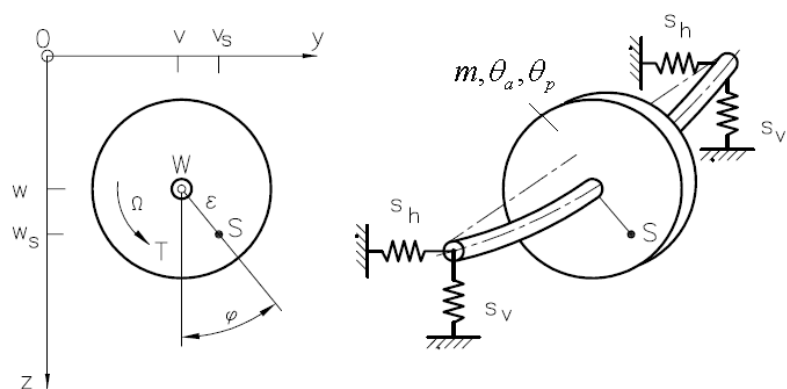


Bild 2.10: Lavalwelle in anisotropen Lagern [33]

heit der Lavalwelle können mit diesem Modell wesentliche dynamische Phänomene von realen Rotoren qualitativ erklärt und in gewissen Maßen quantitativ abgeschätzt werden, da das Schwingungsverhalten der kontinuierlich mit Masse behafteten Welle unter gewissen Voraussetzungen mit der Lavalwelle aufgebaut wird [33].

Bewegungsgleichungen ohne Kreiselwirkung

Die Lavalwelle, wie sie im Bild 2.10 gezeigt wird, besteht aus einer runden, masselosen nachgiebigen Welle mit der Biegesteifigkeit k_W und ist elastisch gelagert (Lagersteifigkeit $k_L = [s_h, s_v]$). Auf der masselosen Welle befindet sich mittig eine starre Scheibe der Masse m und der polaren und äquatorialen Massenträgheitsmomente θ_p und θ_a . Die Abstände vom Koordinatenursprung $O(y_0, z_0)$ zum Wellenmittelpunkt $W(y_w = v, z_w = w)$ und zum Scheibenschwerpunkt $S(y_s = v_s, z_s = w_s)$ werden respektiv von r_w und r_s beschrieben. Wegen der Scheibenexzentrizität ε fallen Scheibenschwerpunkt und Wellenmittelpunkt nicht zusammen.

Zur Beschreibung der Bewegung der Scheibe wird ein raumfestes Koordinatensystem (O -xyz) definiert, das seinen Ursprung im Wellenmittelpunkt bei nicht ausgelenkter Scheibe besitzt. Die x -Achse liegt auf der Verbindungslinie der beiden elastischen Lager. Bei der Annahme einer dehn- und torsionstarren Welle in orthotrop-elastischen Lagern und bei Vernachlässigung der Drehträgeit und der Kreiselwirkung (unter der Voraussetzung, dass die Scheibe sich während der Bewegung nicht schrägstellen darf) hat die Scheibe insgesamt drei Freiheitsgrade: die Drehung um die x -Achse (φ_x) und die Verschiebungen entlang der z - und y -Achse. Aus den kinematischen Beziehungen und bei Verwendung der komplexen Schreibweise ergeben sich folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} z_s &= z_w + \operatorname{Re}\{\varepsilon e^{j\varphi_x}\} & \ddot{z}_s &= \ddot{z}_w + \operatorname{Re}\{\varepsilon [e^{j\varphi_x}]''\} \\ y_s &= y_w + \operatorname{Im}\{\varepsilon e^{j\varphi_x}\} & \ddot{y}_s &= \ddot{y}_w + \operatorname{Im}\{\varepsilon [e^{j\varphi_x}]''\} \end{aligned} \quad (2.29)$$

mit

$$\operatorname{Re}\{\varepsilon e^{j\varphi_x}\} = \varepsilon \cos(\varphi_x) \quad \text{und} \quad \operatorname{Im}\{\varepsilon e^{j\varphi_x}\} = \varepsilon \sin(\varphi_x) \quad (2.30)$$

Aus den Gleichungen der an dem Wellenmittelpunkt angreifenden Rückstellkräfte

$$F_y = k_y y_w \quad \text{mit} \quad k_y = \frac{2k_W k_{Ly}}{k_W + 2k_{Ly}} \quad \text{und} \quad F_z = k_z z \quad \text{mit} \quad k_z = \frac{2k_W k_{Lz}}{k_W + 2k_{Lz}} \quad (2.31)$$

mit $k_{y/z}$ als gesamte Wellen-Lager-Steifigkeit und der Abkürzung $\omega_i = \sqrt{k_i/m}$, folgen die translatorische

$$\ddot{y}_w + \omega_y^2 y_w = -\operatorname{Im}\{\varepsilon e^{j\beta} [e^{j\varphi_x}]''\} \quad \text{und} \quad \ddot{z}_w + \omega_z^2 z_w = -\operatorname{Re}\{\varepsilon e^{j\beta} [e^{j\varphi_x}]''\} \quad (2.32)$$

und die rotatorische Bewegungsgleichungen

$$\theta_p \ddot{\varphi}_x = M_x - M_K - M_W \quad \text{mit} \quad M_K = k_z z_w \varepsilon \cos(\varphi_x) - k_y y_w \varepsilon \sin(\varphi_x) \quad (2.33)$$

des Einscheibenläufers mit dem Motormoment M_x bei Vernachlässigung des Ei-

gengewichts der Scheibe. Die rechte Seite von Gl. (2.32) stellt die Anregung durch Rotorexzentrizität oder Unwucht dar. Die rechte Seite von Gl. (2.33) entspricht dem Antriebsmoment, das an der Scheibe angreift, abzüglich aller Gegenmomente, *Koppelmoment* M_K und *Widerstandsmoment* M_W (Lastmoment, Luft- und mechanische Reibung etc.). Das Koppelmoment ist um so höher, je größer die Exzentrizität ε ist und stellt das Moment der in W angreifenden elastischen Rückstellkraft um die Schwerpunktschwerachse dar.

Die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung erhält man im stationären Drehzustand mit $\ddot{\varphi}_x = 0$ und demzufolge $\varphi_x = \Omega t + \beta$ durch den Ansatz der rechten Seite:

$$y(t) = \hat{y} \operatorname{Im}\{e^{j\varphi_x}\} \text{ bzw. } z(t) = \hat{z} \operatorname{Re}\{e^{j\varphi_x}\} \quad (2.34)$$

Durch zweimaliges Ableiten von Gl. (2.34), Einsetzen in Gl. (2.32) und nach Einführung der dimensionslosen Drehzahl $\eta_i = \Omega/\omega_i$ folgen die inhomogenen Lösungen zu:

$$y(t) = \varepsilon \frac{\eta_y^2}{1 - \eta_y^2} \operatorname{Im}\{e^{j\varphi_x}\} \text{ und } z(t) = \varepsilon \frac{\eta_z^2}{1 - \eta_z^2} \operatorname{Re}\{e^{j\varphi_x}\} \quad (2.35)$$

Durch die Unwuchtanregung bewegt sich der Wellenmittelpunkt auf einer Bahn mit der Drehfrequenz Ω . Die Amplitude dieser Bahn $\hat{r} = \sqrt{\hat{y}^2 + \hat{z}^2}$ ist proportional zur Exzentrizität ε und hängt von der dimensionslosen Drehzahl $\eta = \Omega/\omega$ ab (Bild 2.11).

Im Bild 2.11 werden anhand der Drehzahlabhängigkeit des Kreisbahnradius folgende Festlegungen nach [33] gemacht:

- Bis zur Betriebsdrehzahl $\eta = 0.707$ wird der Rotor als *starr* betrachtet, da die Auslenkungen maximal so groß wie die Exzentrizität des Rotors und daher noch vernachlässigbar sind.
- Ab $\eta > 0.707$ sind die Rotorauslenkungen nicht mehr zu vernachlässigen, der Rotor verformt sich sehr stark und wird daher als *elastisch* definiert.
- Im Bereich $\eta < 1$ wird der Rotor *unterkritisch* betrieben. Hier sind die Schwerpunktauslenkungen größer als die Auslenkungen des Wellendurchstoßpunktes.
- Bei dem Betrieb in der Nähe der Eigenfrequenz mit $\eta \approx 1$ tritt eine sogenannte Resonanzerscheinung auf. Dabei wachsen die unwuchterzwungenen Auslenkungen über alle Grenzen. Dieser Zustand ist für den Rotor recht gefährlich und wird deshalb als *kritischer Betrieb* bezeichnet.
- Im Bereich $\eta > 1$ wird der Rotor *überkritisch* betrieben. Jenseits der kritischen

Drehzahl nähert sich der Schwerpunkt des Rotors der Verbindungslinie der Lagerachsen und die Wellendurchbiegung ist ungefähr gleich der Exzentrizität. Diese Erscheinung wird auch als *Selbstzentrierung* der Welle bezeichnet.

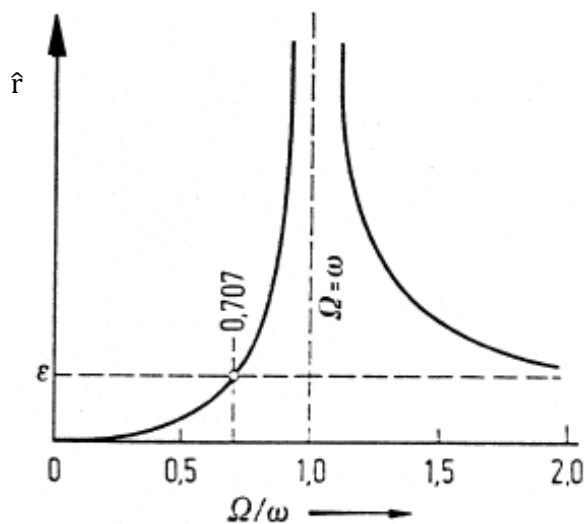


Bild 2.11: Auslenkung aufgrund der Unwuchterregung bei isotrop gelagerter Welle[33]

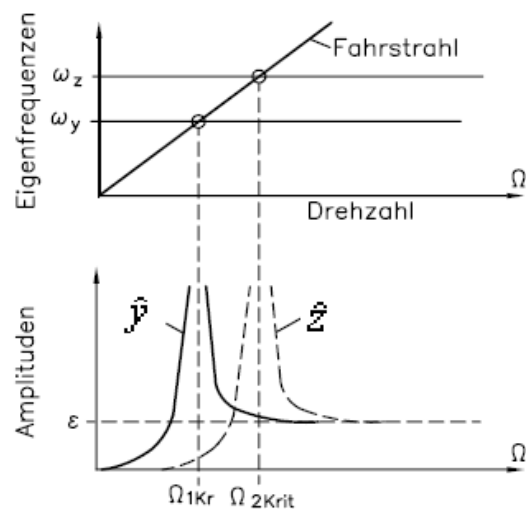


Bild 2.12: Lavalwelle im Fall der Anisotropie [33]

Im Fall einer isotrop gelagerten Welle ist die gesamte Steifigkeit in beiden translatorischen Richtungen z und y gleich und demzufolge auch die Eigenfrequenzen. Sonst liegt Anisotropie vor und bei Unwuchterregung ergibt sich eine Ellipse statt eines Kreises als Wellenbahn. Die Eigenfrequenzen der beiden Richtungen z und y stimmen auch nicht mehr überein (Bild 2.12). Bei anisotroper Lagerung herrscht im Bereich $0 < \Omega < \omega_y$ und $\Omega > \omega_z$ wegen der Übereinstimmung von Wellendreh Sinn und Durchlaufrichtung der Bahnkurven Gleichlauf und im Bereich $\omega_y < \Omega < \omega_z$ Gegenlauf, da die elliptische Bahn von der Scheibe entgegengesetzt zum Wellendreh Sinn durchläuft.

Einfluss von Schlag und Eigengewicht

Bei dünner Welle mit großer Masse spielen Schlag und Gewicht eine nicht vernachlässigbare Rolle [33]. Während das Gewicht sich durch einen statischen Durchhang bemerkbar macht, ist der Schlag die Hauptursache für die Laufunruhe des Läufers bei kleinen Drehzahlen ($\eta \ll 1$). Im Betrieb, bei einer Drehzahl Ω , sind daher die entstehenden drehzahlsynchronen Schwingungen meist die Überlagerung der Unwucht- und der Schlagantwort.

Bewegungsgleichungen mit Kreiselwirkung und Dämpfung

Berücksichtigt man zusätzlich die bei einer rotierenden Scheibe auftretende Kreiselwirkung, was aber nur für dünne Scheibe mit großer Schrägstellung der Scheibe und hohen Drehzahlen gerechtfertigt ist, dann erhöht sich die Anzahl der Freiheitsgrade (z, y, φ_x) um zwei zusätzliche (φ_y, φ_z). φ_y und φ_z beschreiben hierbei die Scheibenkippbewegungen um die y - und z -Achse. Durch die Erhöhung der Anzahl der FHG verdoppelt sich auch die Zahl der Eigenfrequenzen der stehenden Welle: zwei Eigenfrequenzen bei isotroper Lagerung und vier Eigenfrequenzen bei anisotroper Lagerung. Die ursprünglichen Eigenfrequenzen werden bei Berücksichtigung der Drehträgheit (gerinfügig) kleiner (siehe Bild 2.13). Man erhält schließlich die fünf folgenden Differentialgleichungen, wobei die Kopplungen der Querauslenkungen mit Kippbewegungen berücksichtigt sind:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{y}_s &= -F_y = -[k_{11}y_w + d_{11}\dot{y}_w] - [k_{12}\varphi_{yw} + d_{11}\dot{\varphi}_{yw}] \\
 \theta_a\ddot{\varphi}_{ys} - \theta_p\dot{\varphi}_x\dot{\varphi}_{zs} &= -M_y = -[k_{21}y_w + k_{22}\varphi_{yw}] - [d_{21}\dot{y}_w + d_{22}\dot{\varphi}_{yw}] \\
 m\ddot{z}_s &= -F_z = -[k_{11}z_w + d_{11}\dot{z}_w] - [k_{12}\varphi_{zw} + d_{11}\dot{\varphi}_{zw}] \\
 \theta_a\ddot{\varphi}_{zs} + \theta_p\dot{\varphi}_x\dot{\varphi}_{ys} &= -M_z = -[k_{21}z_w + k_{22}\varphi_{zw}] - [d_{21}\dot{z}_w + d_{22}\dot{\varphi}_{zw}] \\
 \theta_p\ddot{\varphi}_x &= M_x - M_K - M_W
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

k_{ij} und d_{ij} sind jeweils die richtungsspezifischen Steifigkeits- und Dämpfungsfaktoren. Die Glieder $\theta_a\ddot{\varphi}_{ys}$ und $\theta_a\ddot{\varphi}_{zs}$ stellen die Momente infolge der Drehträgheit der Scheibe dar, die einer Schrägstellung entgegenwirken. Im Gegensatz zu den sogenannten Kreiseleinflussgliedern $\theta_p\dot{\varphi}_x\dot{\varphi}_{ys}$ bzw. $\theta_p\dot{\varphi}_x\dot{\varphi}_{zs}$, die im Stillstand mit $\Omega = \dot{\varphi}_x = 0$ verschwinden, sind sie auch bei nicht rotierender Welle vorhanden.

Steht die Scheibe aufgrund von Fertigungs- oder Montagetoleranzen nicht genau senkrecht auf der Welle (Schrägstellung), dann muss zwischen dem Winkel der Welle φ_w und der Scheibe φ_s unterschieden werden. Mit α als Winkel für die Schrägstellung der Scheibe auf der Welle gelten folgende Beziehungen für die translatorischen und rotatorischen FHG:

$$\begin{aligned}
 r_s &= z_s + jy_s \text{ bzw. } r_w = z_w + jy_w \rightarrow r_s = r_w + \varepsilon e^{j\varphi_x} \\
 \varphi_s &= \varphi_{zs} + j\varphi_{ys} \text{ bzw. } \varphi_w = \varphi_{zw} + j\varphi_{yw} \rightarrow \varphi_s = \varphi_w + \alpha e^{j\varphi_x}
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Durch zweimaliges Ableiten ergeben sich aus Gl. (2.37) folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \ddot{r}_s &= \ddot{r}_w + \varepsilon [e^{j\varphi_x}]'' \\
 \ddot{\varphi}_s &= \ddot{\varphi}_w + \alpha [e^{j\varphi_x}]''
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Man erhält schließlich die Bewegungsdifferentialgleichungen einer Lavalwelle unter Berücksichtigung der Drehträgheit und Kreiselwirkung der Scheibe:

bei großen polaren Trägheitsmomente der Scheibe ($\theta_p > \theta_a$) trotz vier Eigenfrequenzen meistens nur eine kritische Drehzahl, die größer als die kritische Drehzahl bei Vernachlässigung der Drehträgheit und Kreiselwirkung ist. Das bedeutet, dass die Welle durch die Kreiselwirkung steifer wird. Desweiteren sind die Kreiselmomente konservativ, sie können kein Abklingen oder Anfachen bewirken. Da die Eigenformen sich auch mit der Drehzahl verändern, sind die Eigenvektoren von zwei aufgespaltenen Eigenfrequenzen unterschiedlich. Die vier drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen können jedoch durch die am Rotor eingebauten Aktoren oder durch nichtsynchrone Anregungsmechanismen angeregt werden.

Bei der anisotrop gelagerten Welle kommen keine neuen Eigenfrequenzen hinzu. Die vier entstehenden Eigenfrequenzen werden aber drehzahlabhängig. Zudem können die mit den vier Eigenfrequenzen verbundenen elliptischen Bahnen von der Unwucht genauso stark angeregt werden. Bei großen polaren Trägheitsmomenten der Scheibe ($\theta_p > \theta_a$) ergeben sich trotz vier Eigenfrequenzen meistens drei kritische Drehzahlen [88].

2.3.2 Mehrscheibige und kontinuierliche Rotoren

Die Lavalwelle eignet sich gut, um die physikalischen Eigenschaften einer rotierenden elastischen Struktur zu verstehen, kann aber nur die Parameter einer einzigen Mode des realen Rotors hinreichend genau beschreiben. Beim Übergang zu Welle mit mehreren Scheiben ändert sich daher an der grundlegenden Betrachtungsweise nichts. In Verbindung mit den Erkenntnissen über das Verhalten der Lavalwelle sind alle bekannten Phänomene beim Einscheibenrotor auch beim Vielscheibenrotor bzw. Kontinuumsrotor weiter zu finden. Mit Hilfe der modalen Entkopplung [33] ist es sogar möglich, das dynamische Verhalten des Mehrscheibenrotors als Superposition von fiktiven modalen Einscheibenrotoren zu verstehen.

2.3.2.1 Bewegungsgleichung

Reale und kontinuierliche Rotoren lassen sich heute am einfachsten mit Verschiebungsgrößenverfahren wie die *Methode der Finiten Elemente* ([32], [9]) beschreiben. Die Methode der Finiten Elemente liefert nach der linearen Theorie ein System von diskreten Differentialgleichungen mit N Freiheitsgraden:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (2.41)$$

Wobei der Vektor \mathbf{q} die unbekannte Verrückungen (Verschiebungen und Biege-

winkel an den Elementgrenzen oder Stützstellen) längs der Rotorachse darstellt. Eine gute Abbildung erfordert dabei viele Freiheitsgrade und damit einen großen numerischen Aufwand für die Berechnung.

Bei realen Rotoren hat man es meist mit langen Wellensträngen zu tun, deren Steifigkeit und Massenbelegung sich in Achsrichtung ändern. Neben den üblichen Massen und Steifigkeiten spielen bei diesen anfachende und dämpfende Effekte eine wichtige Rolle. Solche nichtkonservativen Effekte haben ihre Ursache u.a. in den Gleitlagern, der Dampfanfachung und der inneren Dämpfung. Eine Analyse der Systemmatrizen **M**, **B**, **C** und Kraftvektor **F** verdeutlicht deren Aufbau [70]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \text{Trägheit} + \text{Drehträgheit} \\
 \mathbf{B} &= \text{äußere Dämpfung} + \text{innere Dämpfung} + \text{Gyroskopie} \\
 &\quad + \text{Gleitlagerdämpfung} \\
 \mathbf{C} &= \text{Biegesteifigkeit} + \text{innere Dämpfung} + \text{Dampfanfachung} \\
 &\quad + \text{Gleitlagersteifigkeit} \\
 \mathbf{F} &= \text{Unwuchtkräfte} + \text{Aktorkräfte} + \text{sonstige Störkräfte}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Während die Massenmatrix **M** symmetrisch ist, gibt es in der Matrix **B** wie auch in der Matrix **C** neben den symmetrischen Anteilen (Dämpfung, Biegesteifigkeit) auch schiefsymmetrische (Kreiselwirkung, Dampfanfachung, innere Dämpfung) und nichtsymmetrische (Gleitlager) Anteile. In der Literatur wird der schiefsymmetrische Anteil der Systemmatrix **C** als zirkulatorische Matrix bezeichnet. **B** und **C** sind somit i.a. nichtsymmetrische Matrizen, deren Elemente teilweise von der Winkelgeschwindigkeit Ω der Welle abhängig sind. Das Gleichungssystem (2.41) hat eine Bandstruktur. Seine Ordnung ist aber entsprechend der Anzahl der Scheiben relativ groß. Ist deren Anzahl N , so hat man $4 \times N$ Koordinaten oder Freiheitsgrade (Längsschwingungen und Drehung der Scheibe um die x-Achse werden nicht als FHG mitgezählt). Es ist daher sinnvoll, vor der Eigenwertberechnung eine statische Reduktion der Koordinaten durchzuführen [70].

Diese Arbeit widmet sich der Untersuchung eines magnetgelagerten, elastischen Rotors. Es werden daher die inneren Dämpfungs-, Gleitlager-, Dampfanfachungseinflüsse (zirkulatorische Kräfte) sowie die Drehfreiheitsgrade und die dynamische Unwucht vernachlässigt. Es wird weiterhin die Annahme einer isotropischen Lagerung getroffen. Damit ergibt sich die folgende vereinfachte Bewegungsgleichung eines elastischen Rotors:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_{11} & \dots & m_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N1} & \dots & m_{NN} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \left\{ \begin{bmatrix} d_{11} & \dots & d_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{N1} & \dots & d_{NN} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} g_{11} & \dots & g_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N1} & \dots & g_{NN} \end{bmatrix} \right\} \dot{\mathbf{q}} \\
& + \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N1} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \mathbf{q} = \mathbf{F}
\end{aligned} \tag{2.43}$$

bzw.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{F} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_U \text{ mit } \mathbf{B} = \mathbf{D} + \Omega\mathbf{G} \tag{2.44}$$

Wobei \mathbf{D} und \mathbf{G} jeweils die Dämpfungs- und die Gyroskopische-Matrix sind. In dem Vektor \mathbf{q} werden alle translatorischen FHG und in dem Vektor \mathbf{F} alle äußeren Kräfte wie die statischen Unwuchtkräfte und zusätzlichen Aktorkräfte eingeschrieben:

$$\begin{aligned}
\mathbf{q} &= \mathbf{z} + \mathbf{j}\mathbf{y} = [z_1 + jy_1 \quad \dots \quad z_N + jy_N]^T \\
\mathbf{F}_A &= \mathbf{F}_{Az} + \mathbf{j}\mathbf{F}_{Ay} = [F_{Az,1} + jF_{Ay,1} \quad \dots \quad F_{Az,N} + jF_{Ay,N}]^T \\
\mathbf{F}_U &= \mathbf{F}_{Uz} + \mathbf{j}\mathbf{F}_{Uy} = -[m_1 \varepsilon_1 e^{j\beta_1} \quad \dots \quad m_N \varepsilon_N e^{j\beta_N}]^T [e^{j\Omega t}]^*
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Im stationären Drehzustand mit $\ddot{\varphi}_x = \dot{\Omega} = 0$ gilt $[e^{j\Omega t}]^* = -\Omega^2 e^{j\Omega t}$.

Aus den von der Finite-Elemente-Berechnung durch Diskretisierung gewonnenen Systemmatrizen lassen sich zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens des Rotors die modalen Parameter (Eigenfrequenzen, Dämpfungen und Eigenformen) ermitteln. Diesen widmet sich Abschnitt 2.3.2.2. Da theoretische Berechnungsmodelle (FEM) aus vielen Gründen nicht genau die Realität abbilden können, sollen die ermittelten modalen Parameter meist durch so genannte *experimentelle Modalanalyse* ([67], [71]) validiert werden. Das Verfahren, das Systemlinearität mit wenig Dämpfung voraussetzt, ermittelt auf experimentellen Wegen die modalen Parameter der Struktur.

2.3.2.2 Eigenschwingungen, Eigenwerte und Eigenvektoren

Das Eigenverhalten eines linearen schwingungsfähigen Systems wird vollständig durch modale Parameter beschrieben. Die Ermittlung der modalen Parameter ist für das Verständnis des Schwingungsverhaltens (Dynamik und Stabilität) sowie für die aktive Beeinflussung des Systems von zentraler Bedeutung.

Zur mathematischen Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren eines Rotors nach Gl. (2.44) setzt man den Exponentialansatz:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{v}e^{j\lambda t} = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\varphi}_n^R e^{j\lambda_n t} \tag{2.46}$$

in die homogene Differentialgleichung ein. Dies führt auf das Rechtseigenwertproblem:

$$[\lambda_n^2 \mathbf{M} + \lambda_n \mathbf{B} + \mathbf{C}] \boldsymbol{\varphi}_n^R = \mathbf{0} \quad (2.47)$$

Woraus man $2N$ Eigenwerten λ_n und den zugehörigen Rechtseigenvektoren $\boldsymbol{\varphi}_n^R$ erhält. Für die später einzuführende modale Entkopplung (Gl. (2.52)) sind auch die entsprechenden Linkseigenvektoren von Interesse:

$$\boldsymbol{\varphi}_n^{LT} [\lambda_n^2 \mathbf{M} + \lambda_n \mathbf{B} + \mathbf{C}] = \mathbf{0}^T \quad (2.48)$$

Bei schwacher Systemdämpfung D_n treten $2N$ Eigenwerte in konjugiert-komplexen Paaren auf:

$$\begin{aligned} \lambda_n &= -\alpha_n + j\omega_{dn} \\ \bar{\lambda}_n &= \lambda_{n+N} = -\alpha_n - j\omega_{dn} \\ \alpha_n &= \omega_n D_n, \quad \omega_{dn} = \omega_n \sqrt{1 - D_n^2}, \quad n = 1 \dots N \end{aligned} \quad (2.49)$$

Die Eigenwerte sind für beide Eigenwertprobleme identisch. Wegen der unsymmetrischen Systemmatrizen (\mathbf{B}) sind jedoch die Links- und Rechtseigenvektoren $\boldsymbol{\varphi}_n^L$ und $\boldsymbol{\varphi}_n^R$ unterschiedlich, konjugiert-komplex und drehzahlabhängig [72]. Sie werden meist in den Modalmatrizen so zusammengefasst, dass die entsprechenden Eigenwerte aufsteigend sortiert sind:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^R &= [\boldsymbol{\varphi}^R \quad \bar{\boldsymbol{\varphi}}^R] = [\boldsymbol{\varphi}_1^R(\lambda_1), \dots, \boldsymbol{\varphi}_N^R(\lambda_N) \quad \bar{\boldsymbol{\varphi}}_1^R(\lambda_1), \dots, \bar{\boldsymbol{\varphi}}_N^R(\lambda_N)] \\ \mathbf{V}^L &= [\boldsymbol{\varphi}^L \quad \bar{\boldsymbol{\varphi}}^L] = [\boldsymbol{\varphi}_1^L(\lambda_1), \dots, \boldsymbol{\varphi}_N^L(\lambda_N) \quad \bar{\boldsymbol{\varphi}}_1^L(\lambda_1), \dots, \bar{\boldsymbol{\varphi}}_N^L(\lambda_N)] \end{aligned} \quad (2.50)$$

Die numerische Berechnung der modalen Parameter bei bekannten Systemmatrizen lässt sich am besten im Zustandsraum durchführen [74]. Die Bewegungsdifferentialgleichung (BGL) zweiter Ordnung (2.44) wird mittels einer Zustandsraumdarstellung in eine BGL erster Ordnung überführt:

$$\mathbf{A}_1 \dot{\mathbf{w}} + \mathbf{A}_0 \mathbf{w} = \mathbf{F}_Z \text{ mit } \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{F}_Z = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Die gewählte Schreibweise hat den Vorteil, dass im Sonderfall symmetrischer Systemmatrizen die neuen Systemmatrizen \mathbf{A}_0 und \mathbf{A}_1 auch symmetrisch sind. Wendet man wie beim System zweiter Ordnung einen Exponentialansatz $\mathbf{w} = \mathbf{W}^R \hat{\mathbf{p}} e^{j\lambda t}$ auf das Rechts- und Linkseigenwertproblem an, erhält man die nachfolgenden quadratischen Modalmatrizen:

$$\mathbf{W}^R = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}^R & \bar{\boldsymbol{\varphi}}^R \\ \boldsymbol{\varphi}^{R\lambda} & \bar{\boldsymbol{\varphi}}^{R\bar{\lambda}} \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{W}^L = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}^L & \bar{\boldsymbol{\varphi}}^L \\ \boldsymbol{\varphi}^{L\lambda} & \bar{\boldsymbol{\varphi}}^{L\bar{\lambda}} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Wobei $\boldsymbol{\lambda} = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_N]$ und $\bar{\boldsymbol{\lambda}} = \text{diag}[\bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_N]$ die $2N$ unabhängigen Eigenwer-

te enthalten. Treten keine Eigenwerte doppelt auf, so gelten wegen der Symmetrie der Matrizen \mathbf{A}_0 und \mathbf{A}_1 bei geeigneter Normierung die folgenden Orthogonalitätsbeziehungen:

$$\begin{aligned}\mathbf{W}^{\text{LT}}\mathbf{A}_1\mathbf{W}^{\text{R}} &= \mathbf{I}_{2N \times 2N} \\ \mathbf{W}^{\text{LT}}\mathbf{A}_0\mathbf{W}^{\text{R}} &= -\boldsymbol{\lambda}_{2N} = -\text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_N, \bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_N] \\ \mathbf{f} &= \mathbf{W}^{\text{LT}}\mathbf{F}_Z\end{aligned}\quad (2.53)$$

Hierbei lassen sich die Eigenvektoren mit Hilfe des folgenden Ausdrucks normieren ([5], [9], [97]):

$$-\boldsymbol{\varphi}_n^{\text{LT}}\mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}_n^{\text{R}} + \lambda_n^2 \boldsymbol{\varphi}_n^{\text{LT}}\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_n^{\text{R}} = \lambda_n, \quad n = 1 \dots 2N \quad (2.54)$$

Anhand der Orthogonalitätsbeziehungen kann das inhomogene Differentialgleichungssystem (2.44) entkoppelt und auf einfache Weise wie bei der Lavalwelle gelöst werden (siehe Abschnitt 2.3.2.3).

2.3.2.3 Erzwungene harmonische Schwingungen

Bei harmonischer Erregung von Mehrmassenschwingern mit unsymmetrischen Systemmatrizen lassen sich die Bewegungsgleichungen am einfachsten durch den *komplexen Ansatz* $\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}}e^{j\Omega t}$ und $\mathbf{F} = \hat{\mathbf{F}}e^{j\Omega t}$ direkt lösen [88]:

$$\hat{\mathbf{q}} = [\mathbf{C}_{\text{dyn}}(\Omega)]^{-1}\hat{\mathbf{F}} \quad \text{mit} \quad \mathbf{C}_{\text{dyn}}(\Omega) = \mathbf{C} - \mathbf{M}\Omega^2 + j\mathbf{B}\Omega \quad (2.55)$$

Wobei $\mathbf{C}_{\text{dyn}}(\Omega)$ als dynamische Steifigkeitsmatrix oder als Kehrwert der dynamischen Nachgiebigkeitsmatrix bezeichnet wird.

Eine andere Methode zur Lösung der inhomogenen Bewegungsgleichung ist der *modale Ansatz* [9]. Hier entkoppelt man das System mit Hilfe der Orthogonalitätsbeziehungen der Links- und Rechtseigenvektoren (Gl.(2.53)):

$$\mathbf{W}^{\text{LT}}\mathbf{A}_1\mathbf{W}^{\text{R}}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{W}^{\text{LT}}\mathbf{A}_0\mathbf{W}^{\text{R}}\mathbf{p} = \mathbf{W}^{\text{LT}}\mathbf{F}_Z \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{I}_{2N \times 2N}\dot{\mathbf{p}} - \boldsymbol{\lambda}_{2N}\mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (2.56)$$

Überführt man die Gleichungen in den Frequenzbereich, so erhält man:

$$\hat{\mathbf{p}} = [j\Omega\mathbf{I}_{2N \times 2N} - \boldsymbol{\lambda}_{2N}]^{-1}\mathbf{W}^{\text{LT}}\hat{\mathbf{F}}_Z \quad (2.57)$$

und

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{w}} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} \\ \hat{\dot{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \mathbf{W}^{\text{R}}\hat{\mathbf{p}} \\ &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}^{\text{R}} & \bar{\boldsymbol{\Phi}}^{\text{R}} \\ \boldsymbol{\Phi}^{\text{R}}\boldsymbol{\lambda} & \bar{\boldsymbol{\Phi}}^{\text{R}}\bar{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [j\Omega\mathbf{I}_{N \times N} - \boldsymbol{\lambda}]^{-1} & 0 \\ 0 & [j\Omega\mathbf{I}_{N \times N} - \bar{\boldsymbol{\lambda}}]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}^{\text{L}} & \bar{\boldsymbol{\Phi}}^{\text{L}} \\ \boldsymbol{\Phi}^{\text{L}}\boldsymbol{\lambda} & \bar{\boldsymbol{\Phi}}^{\text{L}}\bar{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.58)$$

Aus Gl. (2.58) kann man die Lösung des Systems zweiter Ordnung extrahieren

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{q}} &= \left[\Phi^R [j\Omega \mathbf{I}_{N \times N} - \lambda]^{-1} \Phi^{LT} + \bar{\Phi}^R [j\Omega \mathbf{I}_{N \times N} - \bar{\lambda}]^{-1} \bar{\Phi}^{LT} \right] \hat{\mathbf{f}} \\ &= \sum_{n=1}^N \left[\frac{\Phi_n^R \Phi_n^{LT}}{j\Omega - \lambda_n} + \frac{\bar{\Phi}_n^R \bar{\Phi}_n^{LT}}{j\Omega - \bar{\lambda}_n} \right] \hat{\mathbf{f}}\end{aligned}\quad (2.59)$$

2.3.2.4 Annahme eines Proportionalsystems

Für viele mechanische Systeme ist das so genannte Proportionalsystem von Bedeutung. Alle antimetrischen Systemmatrizen werden vernachlässigt. Die restlichen symmetrischen Matrizen sollen die so genannte Vertauschbarkeitsbedingung ($\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{B}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$) erfüllen. Ein Beispiel ist die proportionale Dämpfung (Rayleigh-Dämpfung) mit:

$$\mathbf{B} = \mathbf{D} = \alpha_M \mathbf{M} + \alpha_C \mathbf{C} \text{ mit } \mathbf{G} = \mathbf{0} \quad (2.60)$$

Wobei α_M und α_C geschickt zu wählende reelle Parameter sind. Eine solche Annahme findet oft dort Anwendung, wo kein theoretisch begründetes Dämpfungsmodell vorliegt, wie z.B. bei Finite-Elemente-Modellen oder bei mechanischen Systemen mit schwacher Strukturdämpfung.

Bei *Proportionalsystemen* vereinfachen sich die bisher hergeleiteten Gleichungen. So sind z.B. Links- und Rechtseigenvektoren gleich und reell. Da im allgemeinen Fall Links- und Rechtseigenvektoren in konjugiert-komplexen Paaren auftreten, folgt daraus, dass es auch N unterschiedliche Eigenvektoren Φ_n gibt. Diese sind die reellen Eigenvektoren des konservativen, dämpfungsfreien Systems

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \text{ mit } \mathbf{B} = \mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (2.61)$$

Sie werden in der reellen Modalmatrix

$$\mathbf{V} = [\Phi_1 \dots \Phi_N] = \mathbf{V}^R = \mathbf{V}^L \text{ mit } \Phi_n = [\Phi_n(x_1), \dots, \Phi_n(x_N)]^T \quad (2.62)$$

zusammengefasst. Die Modalmatrix ist identisch mit der Matrix des proportional gedämpften Systems mit $\mathbf{B} = \mathbf{D} \neq \mathbf{0}$. Zu jedem reellen Eigenvektor gehört weiterhin ein konjugiert-komplexes Eigenwertpaar nach Gl. (2.49). Es wird durch Annahme der proportionalen Dämpfung erreicht, dass die Dämpfung verteilt über die gesamte Struktur angreift.

Die Modalmatrix erlaubt nicht nur eine Entkopplung, sondern auch eine Reduktion des Gleichungssystems auf $N^* \leq N$ unabhängige Gleichungen 2. Ordnung [72], die jede für sich nach dem Muster der Lavalwelle lösbar ist. Dazu führt man die Modalkoordinaten p_n ein, die zu einem Modalvektor \mathbf{p} zusammengefasst werden. Der Modalvektor wird definiert durch

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{V}\mathbf{p}(t) = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\varphi}_n p_n(t) \quad (2.63)$$

Man erhält folgende N entkoppelte Differentialgleichungen

$$\mathbf{M}^g \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{B}^g \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}^g \mathbf{p} = \mathbf{F}^g \quad \text{bzw.} \quad m_n \ddot{p}_n + b_n \dot{p}_n + c_n p_n = f_n \quad (2.64)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^g &= \mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} = \text{diag}[m_1, \dots, m_N] \\ \mathbf{B}^g &= \mathbf{V}^T \mathbf{B} \mathbf{V} = \text{diag}[b_1, \dots, b_N] \\ \mathbf{C}^g &= \mathbf{V}^T \mathbf{C} \mathbf{V} = \text{diag}[c_1, \dots, c_N] \\ \mathbf{F}^g &= \mathbf{V}^T \mathbf{F} = \text{diag}[f_1, \dots, f_N] \end{aligned} \quad , \quad \omega_n = \sqrt{c_n/m_n}, \quad b_n = 2\omega_n D_n m_n \quad (2.65)$$

m_n, b_n und c_n sind hierbei die modale Masse, Dämpfung und Steifigkeit des n -ten Massenschwingers, f_n ist die zur Koordinate p_n gehörende modale Kraft und D_n die anzunehmende modale Dämpfung. Häufiger werden gemäß Gl. (2.54) die Eigenvektoren so skaliert, dass $m_n = 1$ für alle $n = 1 \dots N$ ist.

Analog zu Gl. (2.59) lässt sich die Übertragungsfunktion des proportionalen Systems schreiben als:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{q}_1 \\ \vdots \\ \hat{q}_N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H_{11} & \dots & H_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & \dots & H_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \vdots \\ \hat{F}_N \end{bmatrix} \rightarrow \hat{q}_l = \sum_{m=1}^N H_{lm} \hat{F}_m \\ \hat{\mathbf{q}} &= \mathbf{H} \hat{\mathbf{F}} \end{aligned} \quad (2.66)$$

mit

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}[\mathbf{C}^g - \mathbf{M}^g \Omega^2 + j\mathbf{B}^g \Omega]^{-1} \mathbf{V}^T \quad \text{bzw.} \quad H_{lm} = \sum_{n=1}^N \varphi_{ln} H_{nn}^g \varphi_{mn} \quad (2.67)$$

und

$$H_{nn}^g = \frac{1}{\omega_n^2 - \Omega^2 + j2D_n \Omega \omega_n} = \frac{1}{\omega_n^2} \frac{1}{1 - \eta_n^2 + j2D_n \eta_n} \quad (2.68)$$

\mathbf{H} wird als dynamische Nachgiebigkeitsmatrix bezeichnet. Gl. (2.66) besagt, dass die Massen m_n sich so bewegen, dass im Allgemeinen stets alle Eigenformen angeregt werden. Wegen der drehzahlabhängigen Faktoren H_{lm}^g bzw. H_{nn}^g wird aber jede Komponente \hat{q}_l nur von wenigen Eigenformen bestimmt. Vor allem für höhere Eigenformen wird die Größe η_n sehr klein. Der Einfluss dieser Eigenformen ist dann so vernachlässigbar, dass die folgende Näherungsgleichung gültig ist:

$$\hat{q}_l(\Omega \approx \omega_n) = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \varphi_{ln} H_{nn}^g \varphi_{mn} \hat{F}_m \approx \varphi_{ln} H_{nn}^g \boldsymbol{\varphi}_n \hat{\mathbf{F}} \quad (2.69)$$

Gl. (2.69) besagt, dass in der Nähe einer kritischen Drehzahl $\eta_n \approx 1$ die angesp-

rochene Eigenform φ_n in der Schwingungsantwort dominiert.

Darüber hinaus besagt H_{lm}^g , welche Systemantwort sich am FHG l infolge einer Anregung am FHG m ergibt. Bei dem Term $R_{lmn} = \varphi_{ln}\varphi_{mn}$ handelt es sich um eine konstante skalare Größe, die häufig als Modalkonstante bezeichnet wird. Sie spielt eine große Rolle für die aktive Beeinflussung von Mehrmassenschwingern. Ist sie null, dann ist das System entweder nicht steuerbar ($\varphi_{mn} = 0$) oder nicht beobachtbar ($\varphi_{ln} = 0$). Das heißt in der Mechatronik, dass eine Aktorkraft am m-ten FHG die n-te Eigenform nicht beeinflussen kann oder dass ein Sensor am l-ten FHG die n-te Eigenform nicht beobachten kann [72]. Es ist also bei der aktiven Beeinflussung eines Mehrmassenschwingers erforderlich, die modalen Parameter bzw. das Übertragungsverhalten des Systems zu kennen. Dabei hängt die Modalkonstante von der Position der Aktoren und der Sensoren entlang der zu beeinflussenden elastischen Struktur ab.

2.4 Elastische Rotoren mit Auswuchtaktoren in aktiven Magnetlagern

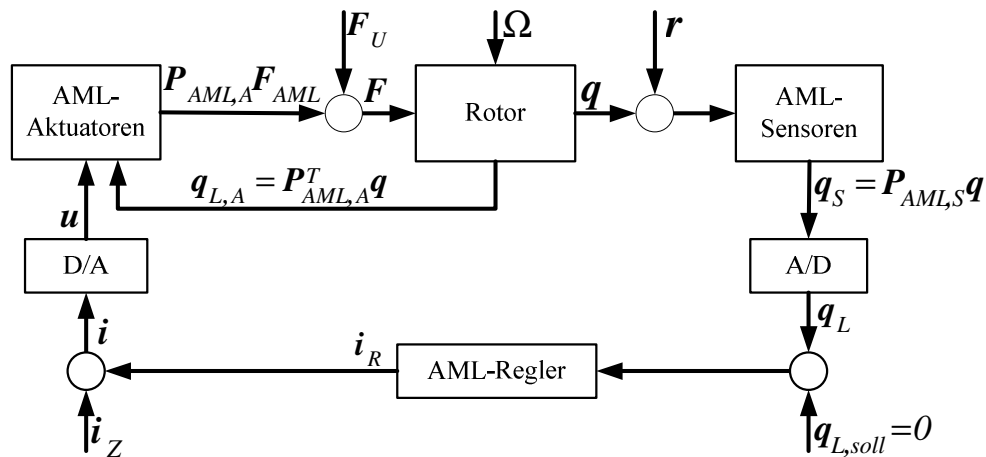


Bild 2.14: Regelkreise eines magnetgelagerten Rotorsystems

Das im Abschnitt 2.1 hergeleitete linearisierte Modell des Magnetlagers lässt sich auch direkt in das Modell des elastischen Rotors einbinden. Grundlage hierzu bildet die allgemeine Systembeschreibung sowie der linearisierte Zusammenhang zwischen Spulenstrom, Lagerauslenkung und Magnetlagerkraft (Gl. (2.10)).

In diesem Abschnitt werden die Bewegungsgleichung und Übertragungsfunktion eines unwuchtbehafteten elastischen Rotors in aktiven Magnetlagern hergeleitet. Anhand dieser Gleichungen wird später die Auswuchtaufgabe mathematisch definiert.

2.4.1 Bewegungsgleichung und Übertragungsfunktion

Die Gleichungen eines unwuchtbehafteten elastischen Rotors in aktiven Magnetlagern (Bild 2.14) lauten gemäß Gl. (2.10) und Gl. (2.44):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{D} + \Omega\mathbf{G}]\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{F}_U + \mathbf{F}_{\text{AML}} \text{ mit } \begin{cases} \mathbf{F}_{\text{AML}} = \mathbf{P}_{\text{AML},A}[\mathbf{k}_i\mathbf{i} + \mathbf{k}_s\mathbf{q}_{L,A}] \\ \mathbf{q}_{L,A} = \mathbf{P}_{\text{AML},A}^T\mathbf{q} \end{cases} \quad (2.70)$$

Dabei gilt die Annahme, dass die linearisierten Magnetlagerfaktoren ($\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s$ von Gl. (2.11)) für alle Lager gleich sind. Setzt man alle Beziehungen zusammen, ergeben sich die folgenden Gleichungen für die Magnetlagerstrecke:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{D} + \Omega\mathbf{G}]\dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{C} - \mathbf{P}_{\text{AML},A}\mathbf{k}_s\mathbf{P}_{\text{AML},A}^T]\mathbf{q} = \mathbf{F}_U + \mathbf{P}_{\text{AML},A}\mathbf{k}_i\mathbf{i} \quad (2.71)$$

$$\mathbf{q}_S = \mathbf{P}_{\text{AML},S}\mathbf{q}$$

Die Transformationsmatrizen $\mathbf{P}_{\text{AML},A}$ und $\mathbf{P}_{\text{AML},S}$ sind so genannte Ein- und Ausgangsmatrizen. Sie geben jeweils die Positionen der Magnetlageraktuatoren und Sensoren entlang des Rotors an, an denen die Magnetlagerkräfte wirken und die Lagerauslenkungen gemessen werden. Im Vektor \mathbf{q}_S sind die mit Hilfe der Lagersensoren gemessenen Lagerauslenkungen gegeben, die meist mit dem Stellgrößenvektor \mathbf{i} des Magnetaktors nicht kolloziert sind. Das bedeutet, dass der Ort des Aktors mit dem des Sensors nicht übereinstimmen ($\mathbf{P}_{\text{AML},A}^T \neq \mathbf{P}_{\text{AML},S}$). Die obere Formel von Gl. (2.71) zeigt nochmals anschaulich die negative Steifigkeit, die das Magnetlager in das System einbringt, welche das offene, magnetgelagerte System destabilisiert.

Zur numerischen Simulation und zum späteren Reglerentwurf ist es notwendig, die Bewegungsgleichung gemäß Gl. (2.63) bis (2.65) modal zu entkoppeln

$$\mathbf{M}^g\ddot{\mathbf{p}} + [\mathbf{D}^g + \Omega\mathbf{G}^g]\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_{\text{AML},0}^g\mathbf{p} = \mathbf{V}^T\mathbf{F}_U + \mathbf{V}^T\mathbf{P}_{\text{AML},A}\mathbf{k}_i\mathbf{i} \quad (2.72)$$

$$\mathbf{q}_S = \mathbf{P}_{\text{AML},S}\mathbf{V}\mathbf{p}$$

mit

$$\mathbf{C}_{\text{AML},0}^g = [\mathbf{C}^g - \mathbf{V}^T\mathbf{P}_{\text{AML},A}\mathbf{k}_s\mathbf{P}_{\text{AML},A}^T\mathbf{V}] \quad (2.73)$$

und anschließend in die Zustandsraumdarstellungsform gemäß Gl. (2.74) zu bringen

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_z &= \mathbf{A}_z(\Omega)\mathbf{x}_z + \mathbf{B}_z\mathbf{i} + \mathbf{S}_z\mathbf{F}_U \\ \mathbf{y}_z &= \mathbf{q}_S = \mathbf{P}_{\text{AML},S}\mathbf{C}_z\mathbf{x}_z \end{aligned} \quad (2.74)$$

mit

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_z &= [\mathbf{p} \quad \dot{\mathbf{p}}]^T, & \mathbf{A}_z(\Omega) &= \mathbf{A}_{z0} + \mathbf{A}_{zG}\Omega \\
\mathbf{A}_{z0} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -[\mathbf{M}^g]^{-1}\mathbf{C}_{\text{AML},0}^g & -[\mathbf{M}^g]^{-1}\mathbf{D}^g \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_{zG} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -[\mathbf{M}^g]^{-1}\mathbf{G}^g \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_z &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -[\mathbf{M}^g]^{-1}\mathbf{V}^T\mathbf{P}_{\text{AML},A}\mathbf{k}_i \end{bmatrix}, & \mathbf{S}_z &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -[\mathbf{M}^g]^{-1}\mathbf{V}^T \end{bmatrix}, & \mathbf{C}_z &= [\mathbf{V} \quad \mathbf{0}]
\end{aligned} \tag{2.75}$$

Schließlich wird Gl. (2.74) durch geeignete Reduktionsverfahren modal reduziert ([79], [72]).

Durch Transformation der Gl. (2.72) in den Laplace-Bereich lässt sich bei Vernachlässigung der Unwuchtkräfte \mathbf{F}_U die folgende Übertragungsfunktion des offenen instabilen magnetgelagerten Systems berechnen:

$$\mathbf{G}_R(s) = \frac{\mathbf{q}_S(s)}{\mathbf{i}(s)} = \mathbf{P}_{\text{AML},S}\mathbf{V}\mathbf{H}_R^g\mathbf{V}^T\mathbf{P}_{\text{AML},A}\mathbf{k}_i \tag{2.76}$$

mit

$$\mathbf{H}_R^g = [\mathbf{M}^g s^2 + [\mathbf{D}^g + \Omega\mathbf{G}^g]s + \mathbf{C}_{\text{AML},0}^g]^{-1} \tag{2.77}$$

Gl. (2.76) gilt als parametrisches Streckenmodell und ist hilfreich bei der Identifikation der Regelstrecke, vor dem Reglerentwurf [72].

Der Spulenstrom \mathbf{i} kann gemäß Gl. (2.16) durch einen Regler in Abhängigkeit der Lagerauslenkungen \mathbf{q}_S so geführt werden, dass das instabile offene magnetgelagerte System wieder stabil wird. Zur Demonstration schließt man den Regelkreis des magnetgelagerten Systems z.B. mit einer einfachen dezentralen PD-Regelung. Bei vernachlässigbarer Verstärker- und Sensordynamik mit $\mathbf{i} = \mathbf{u}$ und $\mathbf{q}_L = \mathbf{q}_S$ gilt dann die folgende Stromgleichung:

$$\mathbf{i} = -\mathbf{K}_P\mathbf{q}_S - \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{q}}_S + \mathbf{i}_Z \text{ wenn } \mathbf{q}_{L,\text{soll}} = \mathbf{0} \tag{2.78}$$

Wobei $\mathbf{K}_P = \text{diag}[k_{p1}, \dots, k_{pL}]$ und $\mathbf{K}_D = \text{diag}[k_{d1}, \dots, k_{dL}]$ die Reglermatrizen sind, die die proportionale (k_p) und derivative (k_d) Reglerparameter der Magnetlagerregler enthalten. L ist die Anzahl der Stell- oder Regelgrößen. Im Allgemeinen ist $L = 2$ für alle Radiallager.

Setzt man die Gl. (2.78) in Gl. (2.71) ein, dann erhält man für das geschlossene magnetgelagerte System die folgende modale Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}^g\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{B}_{\text{AML}}^g\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_{\text{AML}}^g\mathbf{p} = \mathbf{V}^T\mathbf{F} = \mathbf{V}^T\mathbf{F}_U + \mathbf{V}^T\mathbf{P}_{\text{AML},A}\mathbf{k}_i\mathbf{i}_Z \tag{2.79}$$

und anhand Gl. (2.63) die folgende (Stör-) Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{q}(s)}{\mathbf{F}(s)} = \mathbf{V}\mathbf{H}^g\mathbf{V}^T \text{ mit } \mathbf{H}^g = [\mathbf{M}^g s^2 + \mathbf{B}_{\text{AML}}^g s + \mathbf{C}_{\text{AML}}^g]^{-1} = \begin{bmatrix} H_{11}^g & \dots & H_{1N}^g \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1}^g & \dots & H_{NN}^g \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

Mit

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\text{AML}}^g &= \mathbf{D}^g + \Omega \mathbf{G}^g + \mathbf{V}^T \mathbf{P}_{\text{AML},A} k_i \mathbf{K}_D \mathbf{P}_{\text{AML},S} \mathbf{V} \\ \mathbf{C}_{\text{AML}}^g &= \mathbf{C}^g - \mathbf{V}^T \mathbf{P}_{\text{AML},A} k_s \mathbf{P}_{\text{AML},A}^T \mathbf{V} + \mathbf{V}^T \mathbf{P}_{\text{AML},A} k_i \mathbf{K}_P \mathbf{P}_{\text{AML},S} \mathbf{V} \end{aligned} \quad (2.81)$$

die durch die AML-Regelung modifizierte Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix.

Anhand Gl. (2.80) und Gl. (2.81) erkennt man den Einfluss der Reglermatrizen \mathbf{K}_P und \mathbf{K}_D auf die Dynamik und Stabilität (modale Parameter) des magnetgelagerten Rotorsystems. Eine optimale Auslegung von \mathbf{K}_P und \mathbf{K}_D führt jeweils zu einer optimalen Verlagerung der Eigenfrequenzen (Verstimmen des Systems) und zu einer optimalen Schwingungsdämpfung an den Resonanzstellen im Betrieb, aber nur solange die Steuer- und Beobachtbarkeitseigenschaften optimal erfüllt sind.

2.4.2 Auswuchtaufgabe und Vorteile der Auswuchtaktoren

Das Auswuchten hat zum Ziel die Minimierung der unwuchterregten Schwingungen eines unwuchtbehafteten Rotors. Dafür bringt man am Rotor Auswuchtebenen an, an denen der Wuchtzustand des Rotors durch Änderung der Massenverteilung verändert werden kann. Oder man platziert entlang des Rotors Stellglieder wie z.B. AML, mit dessen Hilfe man Kompensationskräfte in das System einbringt (siehe Abschnitt 1.4.2). Die komplexen Größen $(\hat{q}, \hat{F}, \hat{U}, \hat{i}_z, \dots)$ werden darüber hinaus ab diesem Kapitel, der Vereinfachung halber, ohne Dachzeichen geschrieben.

Ausgehend von der Übertragungsfunktion des magnetgelagerten, proportionalen Rotorsystems mit Auswuchtaktoren gemäß Gl. (2.80) und Gl. (2.69) bei der n -ten Eigenform:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \mathbf{V}\mathbf{H}^g\mathbf{V}^T[\mathbf{F}_{\text{AML},Z} + \mathbf{F}_U] \approx \boldsymbol{\varphi}_n H_{nn}^g \boldsymbol{\varphi}_n^T [\mathbf{F}_{\text{AML},Z} + \mathbf{F}_U] \\ \text{mit } \begin{cases} \mathbf{F}_{\text{AML},Z} = \mathbf{P}_{\text{AML},A} k_i \mathbf{i}_z \\ \mathbf{F}_U = \Omega^2 [\mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_{AA}^*] \\ \mathbf{U}_0 = [U_{0,1} \dots U_{0,N}] \\ \mathbf{U}_{AA}^* = \mathbf{P}_{AA} \mathbf{U}_{AA} = [U_{AA,1} \dots U_{AA,N}] \end{cases} \end{aligned} \quad (2.82)$$

kann die Auswuchtaufgabe folgendermaßen mathematisch definiert werden:

$$\mathbf{q}_{ME} = \mathbf{P}_{ME} \mathbf{V} \mathbf{H}^g \mathbf{V}^T [\mathbf{F}_{AML,Z} + \mathbf{F}_U] \approx \mathbf{P}_{ME} \boldsymbol{\varphi}_n \mathbf{H}_{nn}^g [\mathbf{F}'_{AML,Z} + \mathbf{F}'_0 + \mathbf{F}'_{AA}] = 0$$

$$\text{mit } \begin{cases} \mathbf{F}'_{AML,Z} = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{P}_{AML,A} \mathbf{k}_i \mathbf{i}_Z \\ \mathbf{F}'_0 = \Omega^2 \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{F}'_{AA} = \Omega^2 \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{P}_{AA} \mathbf{U}_{AA} \end{cases} \quad (2.83)$$

wobei \mathbf{P}_{ME} und \mathbf{P}_{AA} Transformationsmatrizen sind, die die Positionen aller Sensoren und Auswuchtaktoren längs des Rotors wiedergeben und \mathbf{F}'_i die jeweiligen modalen Kräfte sind.

Zur Lösung der Auswuchtaufgabe gibt es prinzipiell zwei Ansätze:

Ein Ansatz versucht die Ursache der Schwingungen, die Summe aller modalen Kräfte, zu minimieren (*Modale Methode*):

$$\mathbf{F}'_{AML,Z} + \mathbf{F}'_0 + \mathbf{F}'_{AA} = 0 \quad (2.84)$$

Als Konsequenz werden alle Auslenkungen, nicht nur an den Messebenen, minimiert. Die Anwendbarkeit dieses Ansatzes erfordert jedoch die vorherige Berechnung der Eigenformen $\mathbf{V} = [\boldsymbol{\varphi}_1 \dots \boldsymbol{\varphi}_N]$ aus Konstruktionsdaten.

Der andere Ansatz widmet sich der Minimierung der Wirkungen aller (modalen) Kräfte (*Einflusszahlen Methode*):

$$\mathbf{q}_{ME} = \mathbf{q}_{ME,AML} + \mathbf{q}_{ME,0} + \mathbf{q}_{ME,AA} = 0$$

$$\text{mit } \begin{cases} \mathbf{q}_{ME,AML} = \mathbf{P}_{ME} \mathbf{V} \mathbf{H}^g \mathbf{V}^T \mathbf{F}_{AML,Z} \\ \mathbf{q}_{ME,0} = \mathbf{P}_{ME} \mathbf{V} \mathbf{H}^g \mathbf{V}^T \Omega^2 \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{q}_{ME,AA} = \mathbf{P}_{ME} \mathbf{V} \mathbf{H}^g \mathbf{V}^T \Omega^2 \mathbf{P}_{AA} \mathbf{U}_{AA} \end{cases} \quad (2.85)$$

Das heißt, dass die Aktoren gleich große Schwingungsamplituden wie die Initia-lunwuchten aber mit 180 Grad Phasenverschiebung verursachen. Nachteil dieses Ansatzes ist, dass die Auslenkungen nur an den Messebenen reduziert werden können. Jedoch ist die Kenntnis der modalen Parameter nicht unbedingt erforderlich.

Bemerkenswert ist, dass beide obengenannten Ansätze nur dann effektiv sind, wenn die Aktoren bzw. die Sensoren nicht mit einem Eigenformknoten ($\boldsymbol{\varphi}_n(\mathbf{x}) = 0$) zusammenfallen (wenn die Modalkonstante ungleich null ist), da sonst die entsprechende modale Aktorkraft bzw. Verschiebung zu null wird. Diese Drehzahlbereiche, bei denen die Aktoren und Sensoren mit einem Eigenformknoten zusammenfallen, werden daher als *unempfindliche Drehzahlbereiche* bezeichnet und sollen durch optimale Platzierung der Aktoren und Sensoren entlang des zu beeinflussenden Rotors ausgeschlossen werden.

Für einen Rotor mit Auswuchtaktuatoren in Magnetlagern ist das Schwingungsproblem überbestimmt. Entweder können die aktiven Magnetlager mit

$$\mathbf{F}'_{\text{AML},Z} + \mathbf{F}'_0 = 0 \text{ bzw. } \mathbf{q}_{\text{ME,AML}} + \mathbf{q}_{\text{ME},0} = \mathbf{0} \quad (2.86)$$

oder die Auswuchtaktoren mit

$$\mathbf{F}'_{\text{AA}} + \mathbf{F}'_0 = 0 \text{ bzw. } \mathbf{q}_{\text{ME,AA}} + \mathbf{q}_{\text{ME},0} = \mathbf{0} \quad (2.87)$$

zur Schwingungsminderung ausgewählt werden, jedoch nicht beide gleichzeitig für die gleiche Aufgabe. Im Gegensatz zu den Magnetlagern erfolgt mit den Auswuchtaktoren ein Ausgleich des Wuchtzustandes und damit eine Verhinderung der Unwuchtkräfte. Zudem brauchen die Auswuchtaktoren lediglich Antriebsenergie zur Verstellung ihrer unwuchtbehafteten Ringe auf die Ausgleichpositionen bei den zu beeinflussenden Wuchtdrehzahlen. Es werden daher im Rahmen dieser Arbeit nur die Auswuchtaktoren zur Beruhigung des Rotors genutzt. Die aktiven Magnetlager werden lediglich zur kontaktlosen Lagerung, zur Identifikation und zur Überwachung verwendet.

2.4.3 Aktives Betriebswuchten mit Auswuchtaktoren

Setzt man die Auswuchtaktoren allein zur Reduzierung der drehzahlsynchronen Schwingungen durch Änderung der Massenverteilung ein und nimmt man an, zum Zweck der Vereinfachung der Gleichungen, dass $\mathbf{U}_{\text{AA}}^* = \mathbf{U}_{\text{AA}}$ ist, dann lautet die Auswuchtaufgabe:

$$\mathbf{q}_{\text{ME}} = \mathbf{P}_{\text{ME}} \mathbf{V} \mathbf{H}_{\text{nn}}^g \Omega^2 [\mathbf{V}^T \mathbf{U}_0 + \mathbf{V}^T \mathbf{U}_{\text{AA}}] \approx \boldsymbol{\varphi}_{\text{n}} \mathbf{H}_{\text{nn}}^g \Omega^2 [\boldsymbol{\varphi}_{\text{n}}^T \mathbf{U}_0 + \boldsymbol{\varphi}_{\text{n}}^T \mathbf{U}_{\text{AA}}] = \mathbf{0} \quad (2.88)$$

Ziele des aktiven Betriebswuchtens mit AA sind die Bestimmung der Initialunwuchten \mathbf{U}_0 anhand ihrer Wirkungen $\mathbf{q}_{\text{ME},0}$ nach Betrag und Phase und die anschließende Kompensation mit Hilfe der AA (\mathbf{U}_{AA}) im Betrieb. In diesem Abschnitt werden die Phasen des aktiven Betriebswuchtens mit AA sowie die passenden Verfahren zur Bestimmung von \mathbf{U}_0 mit Hilfe von Testläufen vorgestellt.

2.4.3.1 Phase des aktiven Betriebswuchtens mit Auswuchtaktoren

Das Wuchten mit AA in Betrieb lässt sich zum Zweck einer effizienten Nutzung nach [6] in zwei Phasen unterteilen:

- Die lange *Lernphase*, das Auswuchten (Bild 2.15, links), in der die Wuchtmatrizen (Einflusskoeffizientenmatrizen) und die Wuchtsätze (Ausgleichunwuchten) mit Hilfe von Testläufen bei den Wuchtdrehzahlen ermittelt werden. Am Ende dieser Phase, die meist einmal während des ersten Hochlaufes eines noch nicht

ausgewuchteten Rotors erfolgt, werden die Wuchtdrehzahlen mit den berechneten Wuchtsätzen und Wuchtmatrizen in einem sogenannten Rotordatensatz (Bild 2.15, Mitte) gespeichert. Damit werden sämtliche Kerndaten zur Beruhigung des Rotors in einem einzigen Hochlauf erfasst. Aufgrund der zahlreichen Testläufe zur Ermittlung der Einflusskoeffizienten und der Wuchtsätze ergibt sich ein hoher Zeitaufwand bei dieser Phase, daher die Bezeichnung lange Lernphase. Da jedoch die Auswuchtung eines Rotors nur einmal durchgeführt werden soll, wenn sein dynamisches Verhalten unverändert bleibt, soll die Dauer des Lernprozesses nicht zu große Bedeutung haben.

- Die *Betriebsphase*, auch als Nachwuchten bezeichnet (Bild 2.15, rechts). Hier werden mittels *gain scheduling* Verfahren [25] die vorher bei der Lernphase ermittelten Datensätze (Bild 2.15, Mitte) aufgerufen, um den Rotor bei den festgelegten Wuchtdrehzahlen zu beruhigen. Eine neue Identifikation der Wuchtmatrizen und der Wuchtsätze ist nicht mehr erforderlich. Das Nachwuchten erfolgt daher schneller als das Auswuchten, da die benötigte Prozessdauer nur auf die Verstellung der Auswuchtaktoren auf ihre Ausgleichpositionen und den anschließenden Kontrolllauf begrenzt wird. Bei Änderung des Initialwuchtzustandes des Rotors, werden mit Hilfe eines einzigen Nulllaufs ohne Testgewichtsetzungen neue Wuchtsätze anhand der vorhandenen, unveränderlichen Wuchtmatrizen bestimmt. So eine Änderung des Wuchtzustandes tritt bei Rotoren mit zeitveränderlichen Initialunwuchten wie z.B. bei Zentrifugen mit variabler Beladung, bei Rotoren mit thermischen Einflüsse oder bei Turbomaschinen mit einem Schaufelbruch etc. auf [56]. Die neu ermittelten Wuchtsätzen werden am Ende dieser Phase in den Datensätzen aktualisiert.

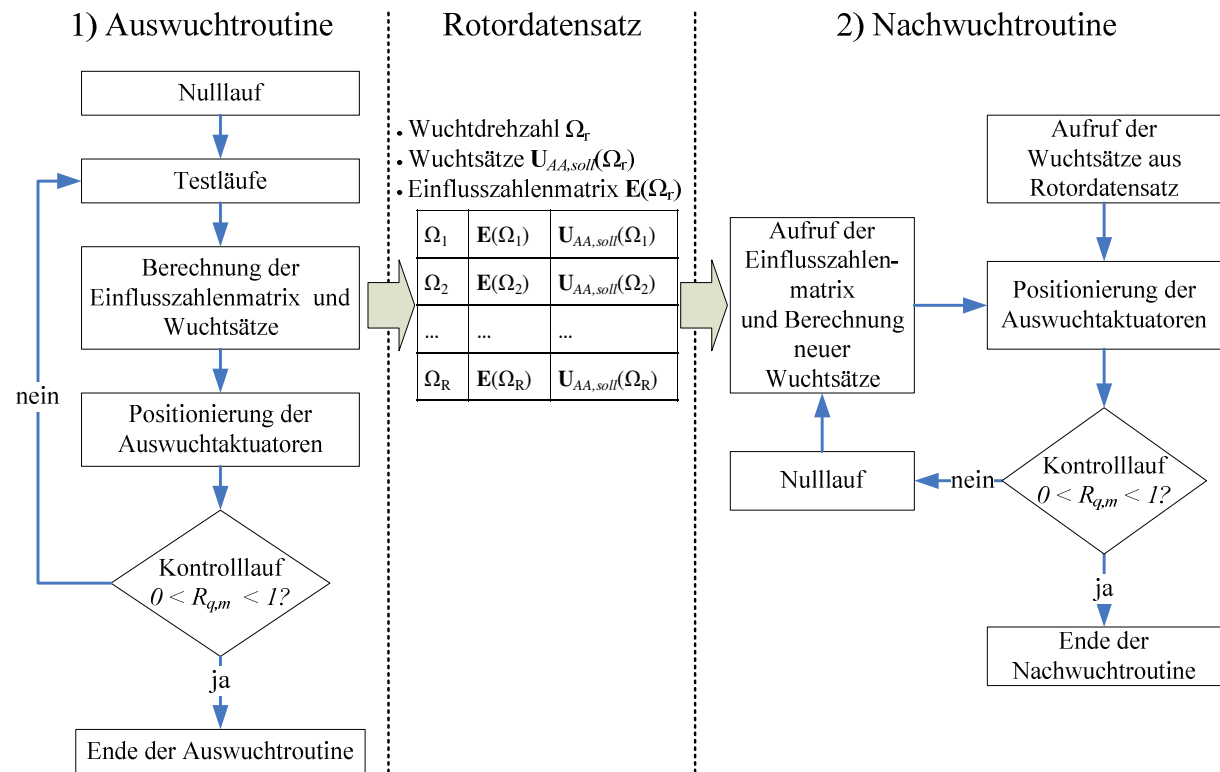


Bild 2.15: Auswuchtroutine bzw. Lernphase (links), Nachwuchtroutine bzw. Betriebsphase (rechts)

2.4.3.2 Verfahren zum aktiven Wuchten im Betrieb mit Testläufen

Aus Abschnitt 2.4.2 gibt es hauptsächlich zwei Verfahren um einen Rotor mit den Auswuchtaktoren zu beruhigen (Gl. (2.87)): Einflusskoeffizientenverfahren (EKV) und Modale Auswuchtverfahren (MAV).

EKV in der Lernphase (Auswuchtroutine)

Insgesamt werden bei dem EKV während einem Auswuchtvorgang in der Lernphase $N + 1$ Messläufe bei derselben Drehzahl (Wuchtdrehzahl) $\Omega = r$ durchgeführt, wobei N die Anzahl der AA ist.

Im ersten Messlauf, dem so genannten Nulllauf, werden die von den unbekannten, gesamten Initialunwuchten

$$\mathbf{U}_{0+AA,r} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_{AA,r-1} = [\mathbf{U}_{0,1} \ \dots \ \mathbf{U}_{0,N}]^T + [\mathbf{U}_{AA,1,r-1} \ \dots \ \mathbf{U}_{AA,N,r-1}]^T \quad (2.89)$$

hervorgerufenen Rotorauslenkungen

$$\mathbf{q}_{0+AA,r} = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{q}_{AA,r-1} = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{E}_r \mathbf{U}_{AA,r-1} = [\mathbf{q}_{0+AA,1,r} \ \dots \ \mathbf{q}_{0+AA,M,r}]^T \quad (2.90)$$

mit $\mathbf{q}_{0,r} = \mathbf{E}_r \mathbf{U}_0$

an den M Sensorebenen gemessen. Die aktuellen Positionen der N Auswuchtak-

toren

$$\mathbf{U}_{AA,r-1} = [U_{AA,1,r-1} \dots U_{AA,N,r-1}]^T \quad (2.91)$$

werden ebenfalls erfasst.

In den N zusätzlichen Testläufen werden bei jedem Testlauf $n = 1 \dots N$ eine bekannte Testunwucht

$$\mathbf{U}_{T,n,r} = \mathbf{U}_{AA,n,r} - \mathbf{U}_{AA,n,r-1} \quad (2.92)$$

in der Ebenen angebracht. Dies geschieht durch Verstellung des n -ten Auswuchtaktors von der aktuellen Position ($U_{AA,n,r-1}$) in eine neue Position ($U_{AA,n,r}$) an der n -ten Wuchtebene. Dabei werden die von der Summe der Unwuchten

$$\mathbf{U}_{n+AA,r} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_{AA,n,r} \text{ mit } \mathbf{U}_{AA,n,r} = [U_{AA,1,r-1} \dots U_{AA,n,r} \dots U_{AA,N,r-1}]^T \quad (2.93)$$

resultierenden Rotorauslenkungen

$$\mathbf{q}_{n+AA,r} = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{q}_{AA,n,r} = \mathbf{q}_0 + \mathbf{E}_r \mathbf{U}_{AA,n,r} = [q_{n+AA,1,r} \dots q_{n+AA,M,r}]^T \quad (2.94)$$

an den Sensorebenen gemessen. Nach jedem Testlauf wird der jeweilige AA zurückgestellt und somit die Testunwucht (TU) zurückgenommen. Man kann sich zwar anhand des modifizierten EKV von [90] das Zurücknehmen der TU einsparen, um die Zeitdauer des Testlaufes zu verkürzen. Der Nachteil dieses Vorgehensweise ist jedoch, dass man nicht mehr weiß, was durch Überlagerung mehrerer TU passieren kann. Durch das Zurücknehmen der TU nach jedem Testlauf ist immer gewährleistet, dass die maximale Schwingungsamplitude an den Messebenen maximal so groß wie der festgelegte Toleranzwert ist.

Nach der Durchführung aller Messläufe berechnet das Auswuchtprogramm nach Gl (2.95) die Einflusszahlenmatrix:

$$\mathbf{E}_r = \begin{bmatrix} e_{1,1,r} & \dots & e_{1,N,r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{M,1,r} & \dots & e_{M,N,r} \end{bmatrix} \text{ mit } e_{m,n,r} = \frac{q_{n+AA,m,r} - q_{0+AA,m,r}}{U_{T,n,r}} \quad (2.95)$$

Aus Gl. (2.90) ergibt sich dann der Ausgleichunwuchtsvektor zu:

$$\mathbf{U}_{AA,soll,r} = -\mathbf{U}_0 = \begin{cases} \mathbf{U}_{AA,r-1} - [\mathbf{E}_r]^{-1} \mathbf{q}_{0+AA,r}, & \text{wenn } M = N \\ \mathbf{U}_{AA,r-1} - [\{\mathbf{E}_r\}^T \{\mathbf{E}_r\}]^{-1} \{\mathbf{E}_r\}^T \mathbf{q}_{0+AA,r}, & \text{wenn } M > N \end{cases} \quad (2.96)$$

Anschließend werden die ermittelten Wuchtsätze vom Auswuchtprogramm als Sollwerte den Auswuchtsystemen vorgegeben. Nach der Verstellung von diesen in die Kompensationsstellungen $\mathbf{U}_{AA,r} \approx \mathbf{U}_{AA,soll,r}$ erfolgt abschließend ein Kontrolllauf:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{E}_r \mathbf{U}_{AA,r} = [\mathbf{q}_{1,r} \dots \mathbf{q}_{M,r}]^T \quad (2.97)$$

Nach dem Kontrolllauf wird das *Auslenkungsreduziervhältnis* (ARV)

$$R_{q,m,r} = 1 - |\mathbf{q}_{m,r}|/|\mathbf{q}_{0+AA,m,r}| \quad (2.98)$$

das *Umwuchtreduziervhältnis* (URV)

$$R_{u,n,r} = 1 - \sqrt{(1 + \Delta u_{n,r})^2 - 2(0.5 + \Delta u_{n,r}) \cos \Delta \varphi_{n,r}} \quad (2.99)$$

mit $\begin{cases} \Delta u_{n,r} = |1 - |\mathbf{U}_{AA,n,r}|/|\mathbf{U}_{AA,soll,n,r}|| \\ \Delta \varphi_{n,r} = |\text{angle}(\mathbf{U}_{AA,n,r}) - \text{angle}(\mathbf{U}_{AA,soll,n,r})| \end{cases}$

sowie der *Auswuchterfolg*

$$S_r = \begin{cases} 1 & \text{wenn } Q_r = \max(|\mathbf{q}_r|) < Q_{zul} \\ 0 & \text{wenn } Q_r = \max(|\mathbf{q}_r|) > Q_{zul} \end{cases} \quad (2.100)$$

ermittelt. Wobei $\mathbf{U}_{AA,r}$ den Ist- und $\mathbf{U}_{AA,soll,r}$ den Soll-Ausgleichunwuchtvektor darstellt und deren Differenz ($\mathbf{U}_{AA,soll,r} - \mathbf{U}_{AA,r}$) den Restunwuchtvektor ergibt. Wurden die Schwingungen reduziert ($0 < R_{q,m,r} < 1$), dann ist das Auswuchtprogramm zu Ende. Sonst wird die Auswuchtroutine solange neu gestartet bis die Abbruchbedingung erreicht ist. Hierbei dient der Kontrolllauf des vorangegangenen Auswuchtvorganges als Nulllauf des nächsten Auswuchtvorganges (Bild 2.15, links). Die Schwingungen wurden optimal minimiert, wenn die Wuchtgüte sich dem Wert eins nähert ($R_{q,m,r} = 1$). Die Anzahl der Wiederholungen ist jedoch zu begrenzen, da die Abbruchbedingung nicht erreicht werden könnte. Dies ist z.B. der Fall, wenn die Auswuchtaktoren überlastet sind ($|\mathbf{U}_{AA,n,r}| = |\mathbf{U}_{AA,max}| < |\mathbf{U}_{AA,soll,n,r}|$, $n = 1 \dots N$) und die Schwingungen an den Sensorebenen nicht weiter reduzieren können.

EKV in der Betriebsphase (Nachwuchtroutine)

Eine Nachwuchtung bei Rotoren mit variabler Initialunwucht ($\mathbf{U}_0(t)$) ist mit dem EKV unproblematisch, da die Einflusskoeffizienten nur von der Drehzahl abhängig sind, bei der sie experimentell ermittelt wurden ($\mathbf{E}(\Omega)$). Die zu bestimmenden Kompensationsunwuchten ergeben sich dann bei zeitveränderlichen Initialunwuchten $\mathbf{U}_0(t)$ zu:

$$\mathbf{U}_{AA,soll,r}(t) = -\mathbf{U}_0(t) = \mathbf{U}_{AA,r-1}(t) - [\{\mathbf{E}_r\}^T \{\mathbf{E}_r\}]^{-1} \{\mathbf{E}_r\}^T \mathbf{q}_{0+AA,r}(t) \quad (2.101)$$

Hierbei können alle zeitabhängigen Größen ($\mathbf{q}_{0+AA,r}(t)$, $\mathbf{U}_{AA,r-1}(t)$) durch einen Nulllauf ohne Testgewichtsetzungen neu erfasst werden.

MAV in der Lernphase (Auswuchtroutine)

Bei dem Modalen Vorwärtswuchtverfahren ohne Starrkörperwuchtung führt man insgesamt zwei Messläufe bei konstanter Drehzahl $\Omega = r$ in der Nähe der kritischen Drehzahl durch. Erforderlich ist nach dem Vorschlag von Bishop [11] nur ein Auswuchtaktor, aber nur solange eine einzige Eigenform in der Schwingungsantwort dominiert [26].

Im Nulllauf wird wie bei der EKV die von der unbekannten, gesamten modalen Unwucht

$$\mathbf{U}'_{0+AA,r} = \mathbf{U}'_0 + \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_{AA,r-1} \quad (2.102)$$

hervorgerufen Rotorbewegung

$$\mathbf{q}_{0+AA,r} = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{q}_{AA,r-1} = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{E}_r \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_{AA,r-1} \text{ mit } \mathbf{q}_{0,r} = \mathbf{E}_r \mathbf{U}'_0 \quad (2.103)$$

an der gewählten Sensorebene gemessen. Die aktuelle Position des Auswuchtaktors ($\mathbf{U}_{AA,r-1}$) wird auch erfasst.

Im zweiten Testlauf wird eine bekannte Testunwucht nach Gl. (2.92) durch Verstellung des Auswuchtaktors von der aktuellen Position ($\mathbf{U}_{AA,r-1}$) in eine neue Position ($\mathbf{U}_{AA,r}$) in der ausgewählten Wuchtebene angebracht. Danach werden die von der modalen Gesamtunwucht

$$\mathbf{U}'_{1+AA,r} = \mathbf{U}'_0 + \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_{AA,r} \quad (2.104)$$

resultierenden Rotorauslenkungen

$$\mathbf{q}_{1+AA,r} = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{q}_{AA,r} = \mathbf{q}_{0,r} + \mathbf{E}_r \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_{AA,r} \quad (2.105)$$

an der Sensorebene gemessen. Für die diskrete Unwuchtvektoren gelten dabei:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{0,r} &= [\mathbf{U}_{0,1,r} \dots \mathbf{U}_{0,n,r} \dots \mathbf{U}_{0,N,r}]^T \\ \mathbf{U}_{AA,r-1} &= [0 \dots \mathbf{U}_{AA,r-1} \dots 0]^T \\ \mathbf{U}_{AA,r} &= [0 \dots \mathbf{U}_{AA,r} \dots 0]^T \\ \mathbf{U}_T &= [0 \dots \mathbf{U}_{T,r} \dots 0]^T \end{aligned} \quad (2.106)$$

Damit ergibt sich als modale Unwucht für den Auswuchtaktor die folgende Beziehung:

$$\mathbf{U}'_{AA} = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_{AA,r} = \varphi_n(x_{AA}) \mathbf{U}_{AA,r} \text{ mit } \boldsymbol{\varphi}_n^T = [\varphi_n(x_1) \dots \varphi_n(x_N)] \quad (2.107)$$

Nach der Durchführung des zweiten Messlaufs berechnet das Auswuchtprogramm nach Gl (2.108) die Einflusszahl (Wuchtempfindlichkeit)

$$E_r = [q_{1+AA,r} - q_{0+AA,r}] [\boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_{T,r}]^{-1} = \frac{q_{1+AA,r} - q_{0+AA,r}}{\varphi_n(x_{AA}) U_{T,r}} \quad (2.108)$$

und die modale Initialunwucht

$$U'_0 = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{U}_{0,r} = \frac{q_{0+AA,r}}{E_r} - \varphi_n(x_{AA}) U_{AA,r-1} \quad (2.109)$$

Die Ausgleichunwucht ergibt sich schließlich zu:

$$U_{AA,soll,r} = \frac{U'_0}{\varphi_n(x_{AA})} = U_{AA,r-1} - \frac{q_{0+AA,r}}{E_r \varphi_n(x_{AA})} \quad (2.110)$$

Die übrigen Schritte des Auswuchtprogramms sind dann dieselben wie beim EKV.

MAV in der Betriebsphase (Nachwuchtroutine)

Eine Nachwuchtung mit der Modalen Methode bei zeitveränderlicher Initialunwucht ist prinzipiell möglich, solange die Systemdynamik (Lagerparameter) bzw. modale Parameter unverändert bleiben ($\varphi_n = \text{konst.} \rightarrow E_r = \text{konst.}$). Dann ist ein einziger Nulllauf notwendig, aus dem sich die zeitveränderlichen Größen $(q_{0+AA,r}(t), U_{AA,r-1}(t))$ ergeben, auf deren Basis die neuen Wuchtsätze berechnet werden können:

$$U_{AA,soll,r}(t) = U_{AA,r-1}(t) - \frac{q_{0+AA,r}(t)}{E_r \varphi_n(x_{AA})} \quad (2.111)$$

Auswahl des geeigneten Verfahrens zum aktiven Wuchten im Betrieb

Ein Unwuchtberechnungsverfahren, das mit dem kombinierten aktiven System harmoniert, die Möglichkeit des Aus- und Nachwuchtens bei jeder beliebigen Drehzahl nicht nur in der Resonanznähe bietet und sich ohne großen Aufwand automatisieren lässt, erfüllt die Voraussetzungen zum Einsatz in einem automatischen Betriebswuchtprogramm. Aus den Vor- und Nachteilen der oben genannten Verfahren zum aktiven Auswuchten im Betrieb mit Testläufe (siehe die untenstehende Tabelle 2.1) wird das Einflusskoeffizientenverfahren zur Untersuchung der automatischen Auswuchtstrategie ausgewählt.

EKV	<ul style="list-style-type: none"> + Anwendung bei allen Rotoren mit linearem Systemverhalten + Beruhigung des Rotors bei jeder beliebigen Drehzahl, nicht nur in der Resonanznähe + Möglichkeit des Nachwuchts + einfache Automatisierung des Verfahrens möglich + harmoniert am besten mit den AML, Frequenzabhängigkeit der Lagerparameter hat keinen Einfluss + experimentellbasiert, Modell des Rotors nicht zwingend erforderlich - Beruhigung des Rotors nur an den Messebenen - mehrere Wuchtebenen erforderlich zur Beruhigung von gleich vielen Messebenen - zeitaufwändigstes Unwuchtberechnungsverfahren
MAV	<ul style="list-style-type: none"> + Beruhigung des gesamten Rotors nicht nur in den Messebenen + Nur ein Auswuchtaktor ist bei guter Entkoppelbarkeit erforderlich + Nur zwei Messläufe erforderlich - harmoniert mit den AML in einem sehr schmalen Drehzahlbereich, solange die Lagerparameter konstant sind - Beruhigung nur in der Resonanznähe, große Auslenkungsamplituden müssen in Kauf genommen werden, nichtlineares Verhalten der Magnetlager, Destabilisierungsgefahr, robuster Magnetlagerregler erforderlich - Vorkenntnisse über Rotorsystemverhalten zwingend erforderlich (modell- und experimentellbasiertes Verfahren) - Verfahren ist nicht einfach automatisierbar, schwierige Ermittlung der Eigenformen bei Anwesenheit von Kreiselwirkung, da Eigenvektoren sich mit der Drehzahl ändern

Tabelle 2.1: Vor- und Nachteile der jeweiligen Unwuchtberechnungsverfahren:

+ ⇔ Vorteil, - ⇔ Nachteil

3 VERSUCHSSTAND UND MODELLBILDUNG

Dieses Kapitel beschreibt den zum Erreichen der genannten Ziele in dieser Arbeit umgebauten Prüfstand. Es behandelt anschließend, zum Zweck des Magnetlagerreglerentwurfs und der theoretischen Untersuchung der zu konzipierenden automatischen Auswuchtstrategie in der Simulation, die Modellbildung des Prüfstandes. Dabei wird ein dezentraler Magnetlagerregler zur Stabilisierung des Rotors im interessierenden Frequenzbereich entworfen und implementiert. Danach wird das durch die Magnetlagerregelung veränderte dynamische Verhalten des Rotorsystems untersucht. Abschließend wird durch Verknüpfung der Teilsysteme ein Gesamtmodell des Versuchsstandes gebildet, mit dessen Hilfe die Auswuchtstrategie im nächsten Kapitel theoretisch untersucht wird.

3.1 Aufbau des Versuchsstandes

Bild 3.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau und Signalflussplan des Versuchsstandes.

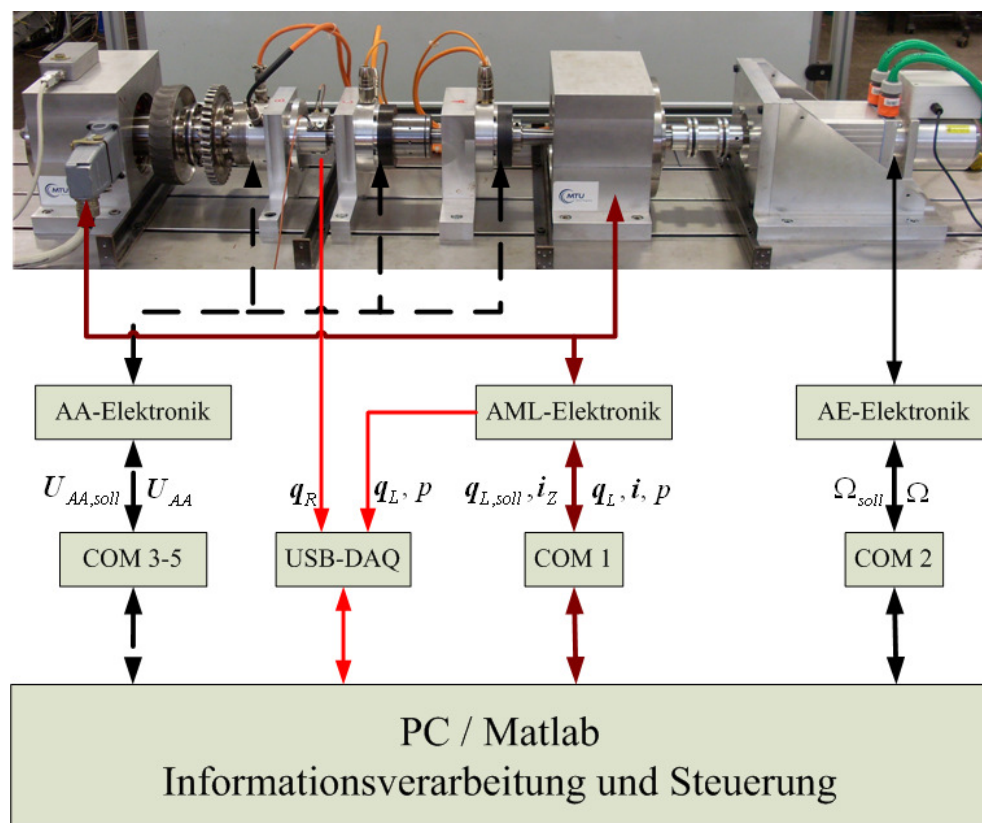


Bild 3.1: Aufbau des Versuchsstandes

Es handelt sich hierbei um ein kombiniertes mechatronisches System mit drei unabhängigen aktiven Systemen, dem aktiven magnetgelagerten System (AML), den drei aktiven Auswuchtsystemen (AA) und dem aktiven Antriebssystem (AE). Alle Systeme bestehen aus typischen mechatronischen Komponenten (Nordmann, et al., 2004) und können durch je eine serielle Schnittstelle (RS-232) mit einem Personal Computer (PC) kommunizieren. Wegen der Kommunikation über seriellen Schnittstellen – die schon am Prüfstand vorhanden waren – ist nur eine relativ langsame, sequentielle Messwerterfassung und Steuerung möglich. Der PC erhält von den aktiven Systemen im Betrieb die Messwerte (Drehzahl Ω , Auslenkungen $\mathbf{q}_L, \mathbf{q}_R$, Drehzahlimpuls p , Magnetlagerstrom \mathbf{i} und generierte Unwuchtvektor \mathbf{U}_{AA}) und gibt die Sollwerte (Ω_{soll} , $\mathbf{q}_{L,\text{soll}}$, $\mathbf{U}_{AA,\text{soll}}$) vor. Somit entspricht der Prüfstand dem in Bild 1.5 dargestellten Signalflussplan.

Im Folgenden werden die einzelnen Teilkomponenten des Versuchsstandes näher betrachtet.

3.1.1 Das aktive magnetgelagerte System

Das Kernstück der Anlage bildet eine aktiv magnetgelagerte elastische Niederdruckwelle eines Helikoptertriebwerks (Bild 3.2). Diese steht als Repräsentant für alle rotierenden Maschinen, auf die die automatische Auswuchtstrategie übertragen werden kann. Die Niederdruckwelle, mit zwei Turbinenstufen ohne Schaufeln, ist in zwei Radialmagnetlagern aktiv gelagert und durch eine drehsteife Kupplung (BSD-Thomas-Miniatur-Kupplung, Typ 962-C-75) an einem Asynchronservomotor angekuppelt. Aufgrund des fehlenden Axiallagers hat die axial nachgiebige Motorkupplung die Aufgabe, auftretende Axialkräfte aufzunehmen. Die axialen Auslenkungen (max. 0.25 mm) sind durch einen Anschlag am vom Motor am weitesten entfernten Magnetlager (AML B) begrenzt. Zudem sind auf der Welle drei Auswuchtaktuatoren montiert, welche über Matlab und ihre jeweilige Steuerelektronik im Betrieb aktiv verstellt werden können.

Das aktiv magnetgelagerte System erhält vom PC die Sollpositionen der Rotorlagerstellen $\mathbf{q}_{L,\text{soll}}$ zum Durchführen bestimmter Kreisbahnbewegungen und zusätzlich zu den Reglerstellgrößen einen Steuerstromvektor \mathbf{i}_Z zur Systemidentifikation, Störgrößenkompensation oder als Offsetstrom. Als Messdaten werden dem PC die Lagerauslenkungen \mathbf{q}_L , die Magnetlagerspulenströme \mathbf{i} sowie ein Drehzahlsignal in Form von Impulsen p pro Wellenumdrehung geliefert. Die Impulse p können dazu genutzt werden, um die Amplitude und Phase der drehzahlsynchronen Schwingun-

gen relativ zu der Impulsspitze zu bestimmen (siehe Abschnitt 4.1.2). Mit Hilfe zusätzlicher Sensorik in der Rotormitte werden neben den Lagerauslenkungen \mathbf{q}_L auch die Rotorauslenkungen \mathbf{q}_R erfasst (siehe Abschnitt 3.1.4).

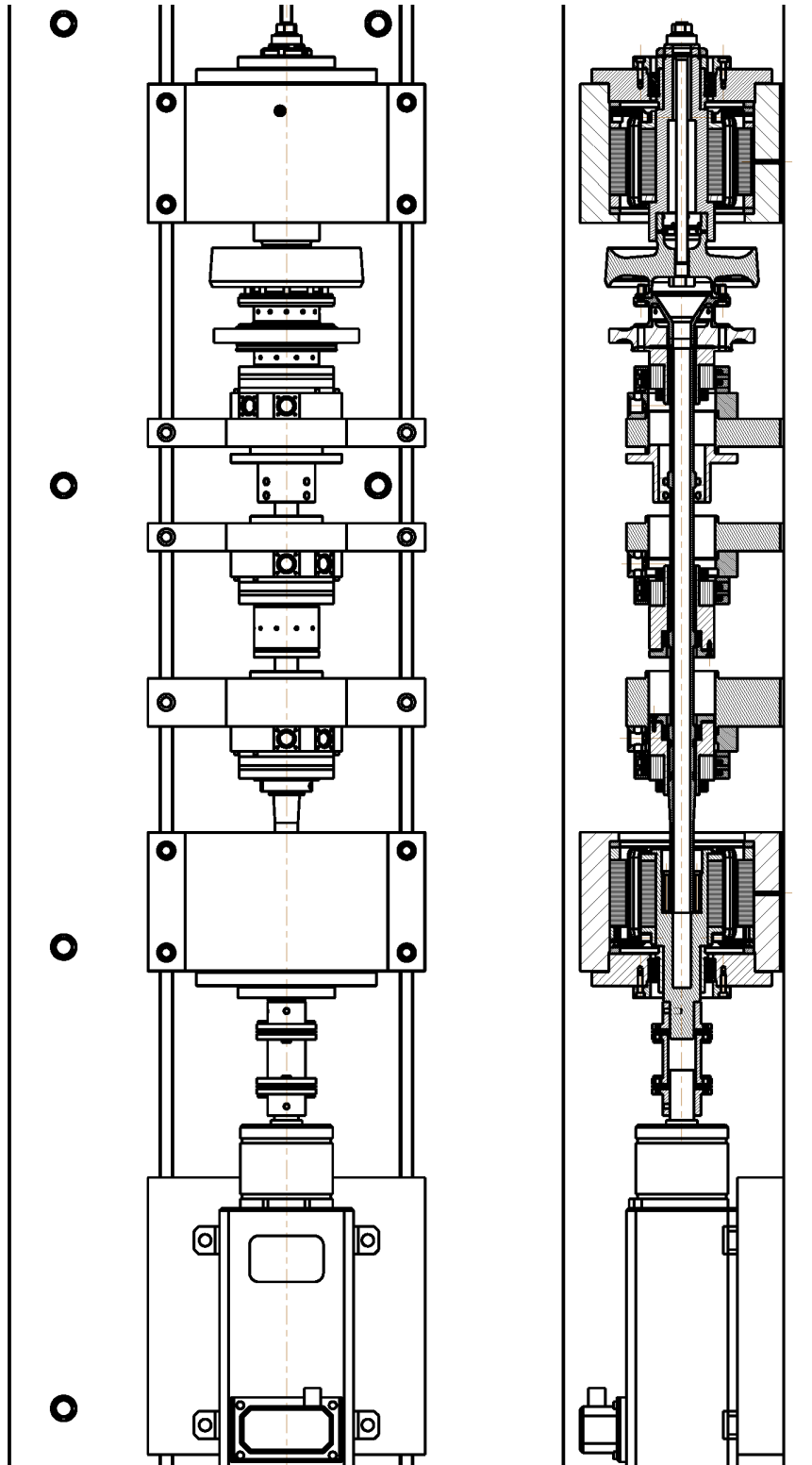


Bild 3.2: Magnetgelagerte elastische Welle, Prüstand CAD-Modell

3.1.1.1 Der elastische Rotor

Konstruktiver Aufbau

Zur Untersuchung der automatischen Auswuchtstrategie wurde der elastische Rotor aus [4] als Prozess umkonstruiert und um eine dritte aktive Wuchtebene erweitert. Bild 3.3 gibt einen Überblick des erweiterten, elastischen Rotors mit unbekannter Initialunwucht. Das rotierende Bauteil ist eine lange, schlanke Hohlwelle mit einer Masse von 25,4 kg bei einer Länge von 1100 mm und einer minimalen Wandstärke von 3,5 mm, an die zwei massive Turbinenstufen ohne Beschauflung angeflanscht sind. In den äußeren Bereichen des Rotors sind die Blechungen der zwei Magnetlager A und B, die Zielflächen der Sensorik und die Kontaktfläche zu den Fanglagern realisiert. Baugruppe B (AML B) ist über einen Schrumpfsitz an die äußere Turbinenstufe angebracht. Zusätzlich ist ein Dorn im Innern zur axialen Fixierung der Verbindung eingebaut. Die Baugruppe A (AML A) ist über eine lösbare Welle-Nabe-Verbindung, Druckhülse der Firma SPIETH (Typ DSL 25.42), an der Hohlwelle befestigt. Diese Druckhülse garantiert eine hohe Rundlaufgenauigkeit, erlaubt außerdem die Demontage der kompletten Baugruppe und ermöglicht dadurch den Einbau der Rotorteile der drei Auswuchteinheiten. Die Rotorteile der AA sind alle auf speziell konstruierten Adaptern verdreh- und axial sicher angebracht. Am Umfang dieser Adapter können zusätzliche manuelle Wuchtgewichte (Schrauben) angebracht werden.

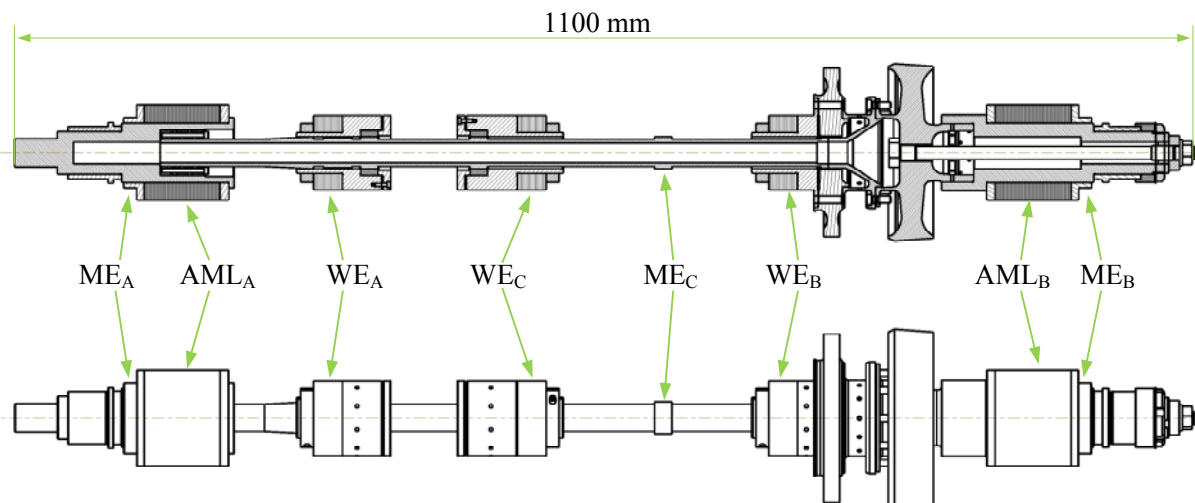


Bild 3.3: Niederdruckwelle mit montierten WA

Die elastische Niederdruckwelle lässt sich nur dann erfolgreich aktiv lagern bzw. aktiv auswuchten, wenn Kenntnisse über das dynamische Verhalten vorliegen.

Darüber hinaus ist die Kenntnis der Eigenformen der Niederdruckwelle zwingend notwendig, um die Auswuchtaktuatoren an der Welle optimal zu platzieren, weit von einem Eigenformknoten.

Finite-Elemente-Berechnung des frei-freien Rotors

Zur Gewinnung des dynamischen Verhaltens eines Rotors in der frühen Phase des Entwicklungsprozesses verlangt die übliche Prozedur vorerst die Bildung eines theoretischen Modells, des so genannten Finite-Elemente-Modells, des Rotors. Diese wird dann meist anhand von Messergebnissen der experimentellen Modalanalyse später iterativ verbessert. Mit Hilfe des Modells lassen sich anschließend Konzepte zur Beeinflussung des dynamischen Verhaltens des Rotors (Regelung, Auswuchten) in der Simulation untersuchen.

Die Berechnung der modalen Parameter wird mit einem fachgebietsinternen FE-Programm mit dem Namen ROTORBUILD durchgeführt, das auf verschiedenen Werkzeugen, programmiert in der Computersprache Matlab, beruht. Basierend auf Geometrie (CAD-Daten) und Werkstoffparameter (Elastizitätsmodul, Querkontraktionszahl, Dichte) der rotierenden Struktur, welche mittels eines M-Files einzugeben sind, wird automatisch ein diskretes Modell des Rotors mit einer festen Anzahl an zweidimensionalen Balkenelementen nach Timoschenko [33] bzw. an Scheiben generiert. Dem Rotor können ferner sowohl Massenexzentrizitäten, Feder- und Dämpferelemente hinzugefügt, als auch Eingänge für Aktor- oder Störkräfte und Ausgänge für Weg-, Geschwindigkeits- oder Beschleunigungssensoren definiert werden.

Als Resultat der Berechnung werden die Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{G} und \mathbf{C} oder direkt die modalen Parameter ausgegeben. Die Genauigkeit der Berechnung lässt sich dabei meist mit einer leichten Variation der Werkstoffparameter statt mit einer feineren geometrischen Modellierung komplexer Bereiche wie Schrumpfsitze oder Welle-Nabe-Verbindungen erhöhen.

Die FE-Berechnung des frei-freien Rotors liefert im Frequenzbereich bis 500 Hz (maximaler Drehzahlbereich des Motors) zwei Starrkörpermoden bei 0 Hz und drei Biegemoden bei 45 Hz, 124 Hz und 269 Hz (siehe Bild 3.6). An der niedrigsten Biegeeigenfrequenz des Rotors bei 45 Hz erkennt man seine hohe Nachgiebigkeit. Zusätzliche Informationen wie nachfolgend in Tabelle 3.1 aufgeführt, werden ebenso berechnet.

	Bezeichnung	Einheit	Betrag
	Rotorlänge	M	1,100
	Rotormasse	Kg	26,480
	Lage des Schwerpunktes	M	0,615
	Massenträgheitsmoment polar	kgm ²	0,038
	Massenträgheitsmoment äquatorial bez. Schwerpunkt	kgm ²	2,588
	Massenträgheitsmoment äquatorial bez. der x,y-Achse im Ursprung	kgm ²	12,600

Tabelle 3.1: Daten des Rotormodells

Modellreduktion und Spillover-Effekte

Die FE-Berechnung liefert aufgrund der geforderten Rechengenauigkeit die Systemmatrizen oder direkt die modalen Parameter in einer sehr großen Ordnung. Die wichtigen und relevanten Informationen liegen jedoch meist in den ersten Eigenmoden. Zudem interessiert man sich sehr oft nur für die Dynamik weniger Rotorstützstellen. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes beim Reglerentwurf oder bei der Simulation werden die gewonnenen Systemmatrizen in Matlab weiter reduziert.

Die Vorgehensweise bei der Modellreduktion ist im Folgenden zusammengefasst:

- Aus den Systemmatrizen werden die Modal- und die Eigenwertematrix ermittelt.
- Mit Hilfe der Modalmatrix wird die Bewegungsgleichung bei Vernachlässigung der Kreiselwirkungen entkoppelt bzw. in die modale Form transformiert (Gl. (2.53) bzw. Gl. (2.64)).
- Die modale Bewegungsgleichung lässt sich anschließend in den Zustandsraum überführen (Gl. (2.74)), in dem dann Zustände sowie Systemeinträge und -ausgänge leicht sortiert werden können. Dieser Punkt ist wichtig, da der Rotor den aktiv zu beeinflussenden Prozess darstellt und demzufolge mit anderen Teilsystemen wie z.B. dem AML, AA und Sensoren (ME) verknüpft wird.
- Abschließend erfolgt die Modellreduktion z.B. durch *modales Abschneiden* oder *nach Steuer- und Beobachtbarkeit*. ([72], [79]) Die Modellreduktion durch modales Abschneiden basiert auf dem interessierenden Frequenzbereich. Falls bestimmte Eigenformen des Systems schwach steuer- oder beobachtbar sind, so können die entsprechenden Zeilen aus den Matrizen der modalen Zustandsraumdarstellung gestrichen werden. Hierbei können gute steuer- und beobachtbare Eigenmoden eines Systems durch die *Hankelschen Singulärwerte* des Systems ermittelt werden.

Die Modellreduktion des elastischen Rotors erfolgte unter Anwendung der *singular Perturbation Method* (nach Steuer- und Beobachtbarkeit). Diese Methode berücksichtigt im Gegensatz zum modalen Abschneiden den statischen Beitrag der abgeschnittenen Moden. Die Grenzfrequenz, bis zu welcher die einzelnen Moden Berücksichtigung finden, ist die maximale anfahrbare Betriebsdrehzahl des Antriebsmotors mit 500 Hz. In diesem Drehzahlbereich liegen zwei Starrkörpermoden sowie die drei ersten Biegemoden des frei-freien Rotors. Die Zustandsraumdarstellung des reduzierten Rotormodells besitzt nur noch 16 Ein- und Ausgängen für die acht wichtigsten Rotorstützstellen ((2x) AML, (3x) AA oder WE und (3x) ME) (siehe Bild 3.6).

Als gravierende Nachteile der Modellreduktion sind die *Spillover-Effekte* [81] zu nennen und während dem Reglerentwurf zu berücksichtigen. Diese können ein System dadurch destabilisieren, dass das reduzierte Modell Stabilität vortäuscht, während das vollständige Modell instabil ist.

Experimentelle Modalanalyse und Modellanpassung

Theoretische Berechnungsmodelle können aus vielen Gründen nicht genau die Realität abbilden und können durch so genannte experimentelle Modalanalyse validiert werden. Die Modalanalyse ist ein experimentelles Verfahren, das lineares Systemverhalten voraussetzt und aus den Messungen der Übertragungsfunktionen eines Systems die modalen Parameter liefert [71].



Bild 3.4: Aufgehängte Welle zur Annäherung einer frei-frei-Lagerung

Zur Durchführung der Modalanalyse wurde der Rotor nach Bild 3.4 an dehnweichen Seilen aufgehängt um damit eine frei-frei Lagerung anzunähern. Die Struktur wurde dann nach einem zuvor festgelegten Raster mit Hilfe eines speziellen

Hammers in der horizontalen Ebene des Rotors nacheinander über seine ganze Länge angeregt. Mit einem piezoelektrischen Beschleunigungssensor (BS) wurde das Ausgangssignal an einem ausgewählten Messpunkt an der Struktur gemessen (siehe Bild 3.4).

Die elastische Aufhängung und das Messen in der horizontalen Rotorebene gewährleisten, dass der Rotor sich quasi ungefesselt (frei-frei) verhält. Der Beschleunigungssensor wurde möglichst klein gewählt, um die Massenverteilung des Rotors nicht zu verfälschen. Das Messequipment, mit dem die Modalanalyse durchgeführt wurde, ist MTS I-DEAS Pro und der Schwingungsanalysator Agilent mit 8 Kanal Frontend vom Typ E1432 A.

Die vorliegenden Ergebnisse der Modalanalyse werden schließlich zur Validierung des FE-Modells genutzt. Ist das FE-Modell nicht genau genug, wird es anhand der Messungen iterativ angepasst. Die Modellanpassung geschieht hierbei durch eine iterative Variation der oben genannten unsicheren Werkstoffparameter, vor allem an den Wellen-Naben-Verbindungsstellen.

Eine abschließende Beurteilung des reduzierten Berechnungsmodells durch Gegenüberstellung der berechneten und bei der Modalanalyse gemessenen Übertragungsfunktionen und Eigenformen kann Bild 3.5 und Bild 3.6 entnommen werden. Das Bode Diagramm belegt eine gute Übereinstimmung vom reduzierten Modell und realen Rotor sowohl bezüglich der Lage der Eigenfrequenzen als auch bezüglich der verwendeten modalen Dämpfungen (einheitlich für alle Eigenformen) von 0.3% in dem Berechnungsmodell. Der Vergleich der Eigenformen zwischen Modell und Messung bestätigt eine hohe Übereinstimmung des Modells mit dem realen Rotor.

Mit dem validierten Rotormodell wird in den nachfolgenden Kapiteln ein Modell des offenen magnetgelagerten Rotors gemäß Gl. (2.76) gebildet und anhand von gemessenen Übertragungsfunktionen nach [31] validiert. Darauf aufbauend wird anschließend ein geeigneter dezentraler Regler zur Stabilisierung des magnetgelagerten Systems entworfen und am Prüfstand implementiert.

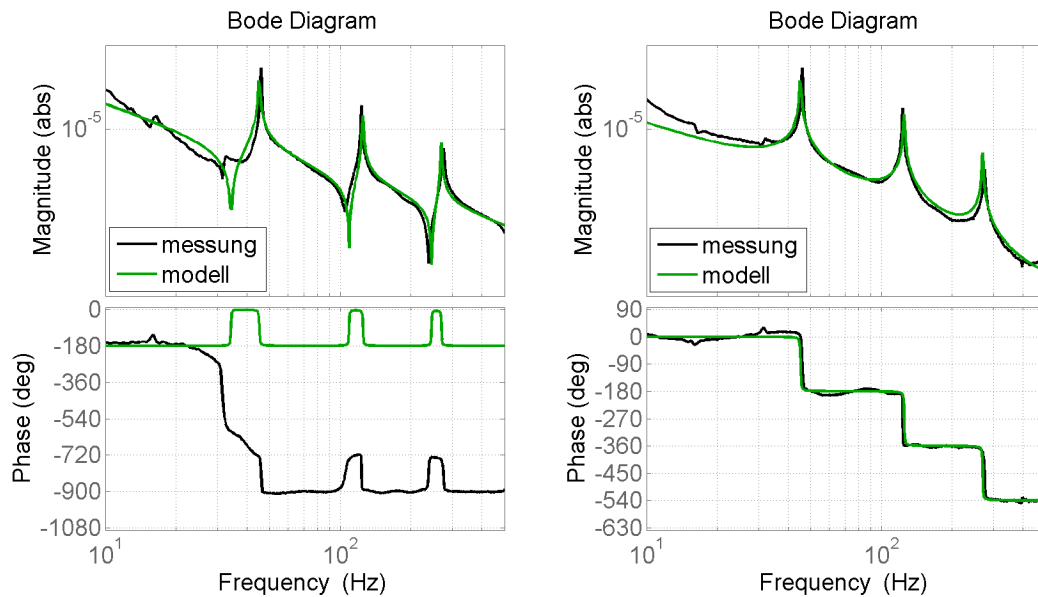


Bild 3.5: Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen nach Modellanpassung
 Übertragungsfunktion von AML_A zu BS (links),
 Übertragungsfunktion von AML_B zu BS (rechts)

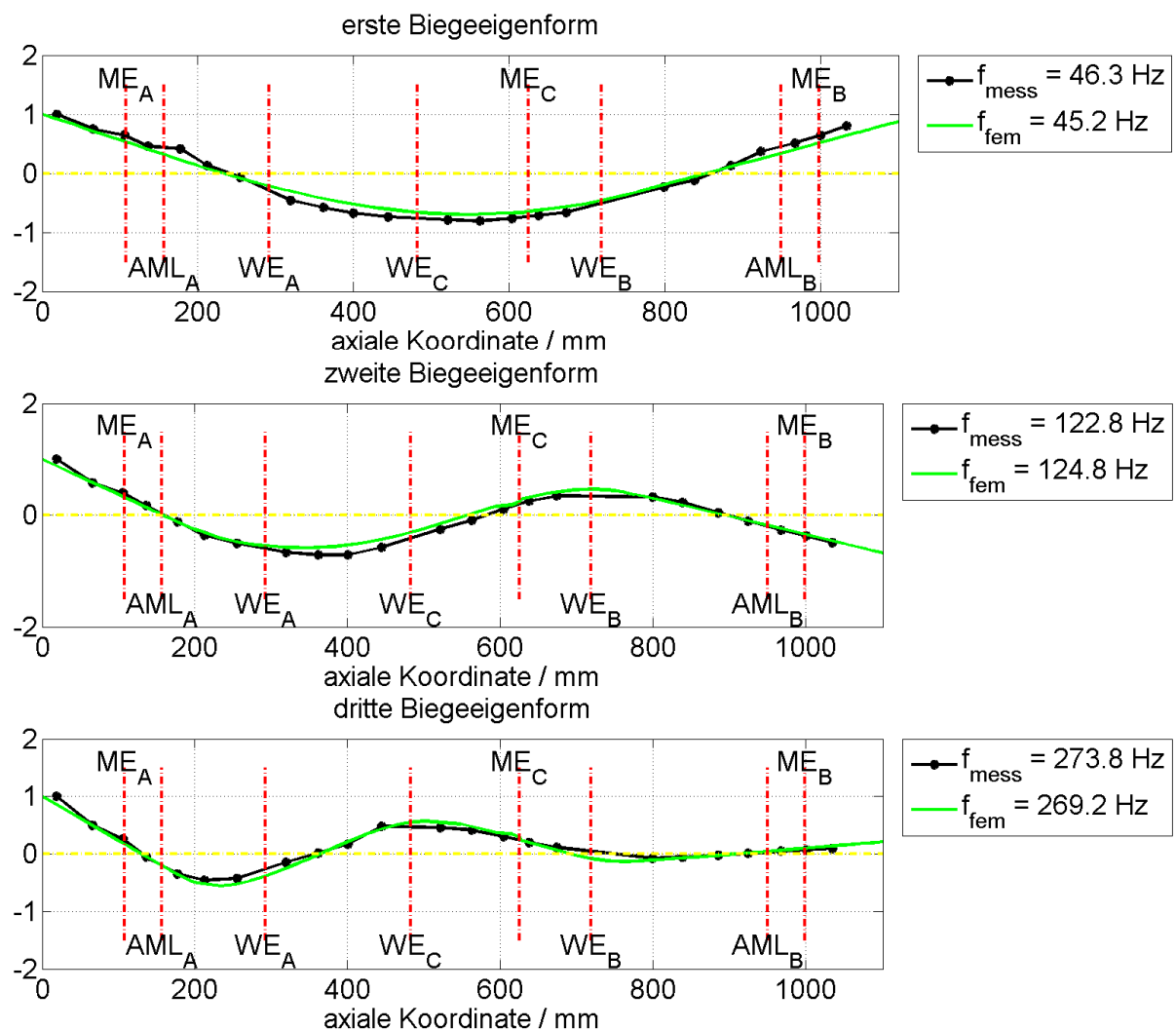


Bild 3.6: Gegenüberstellung der Eigenformen nach Modellanpassung

Rotoreigenschaften, Einfluss der Aktoren und Sensoren längs des Rotors

Aus der Lage der Knoten der Eigenformen längs des Rotors kann man die Kollokations-, Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitseigenschaften der Aktoren und Sensoren längs des Rotors feststellen. Diese für die Beeinflussung des dynamischen Verhaltens des Rotors wichtigen Eigenschaften sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst.

Eigenschaft	$f_1 \approx 45 \text{ Hz}$	$f_2 \approx 124 \text{ Hz}$	$f_3 \approx 269 \text{ Hz}$
(quasi-) Kollokation AML_A	Ja	ja/nein	Nein
(quasi-) Kollokation AML_B	Ja	ja	Ja
Steuerbarkeit durch AML_A	++	0	+ / 0
Steuerbarkeit durch AML_B	++	+	+ / 0
Steuerbarkeit durch AA_A/WE_A	++	++	++
Steuerbarkeit durch AA_B/WE_B	++	++	++
Steuerbarkeit durch AA_C/WE_C	++	++	+
Beobachtbarkeit AML_A/ME_A	++	++	+
Beobachtbarkeit AML_B/ME_B	++	++	+
Beobachtbarkeit ME_C	++	++	+

Tabelle 3.2: Rotoreigenschaften:

++ = gut, + = schwach, 0 = schlecht

Es liegt Kollokation vor, wenn ein Aktor und ein Sensor an derselben Stelle am Rotor liegen und quasi-Kollokation, wenn kein Eigenformknoten zwischen dem Aktor und dem Sensor liegt. Liegt ein Knoten zwischen dem Aktor und dem Sensor vor (Nichtkollokation), dann ist eine Phasendrehung von 180 Grad oder eine Vorzeichen-Umkehr vom Sensor-Messsignal zum Aktor-Steuersignal beim Reglerentwurf, aber nur für diese Frequenz, zu berücksichtigen. Während am Magnetlager B gute Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitseigenschaften bei den zwei ersten Eigenmoden gegeben sind, ist nur die erste Biegemode über Lager A sehr gut beeinflussbar. Bei der zweiten Eigenform liegt ein Knoten ungefähr auf der Wirkstelle des Lagers A. Daher ist die zweite Eigenform am Lager A nicht steuerbar und kann somit durch das Lager nicht mehr gedämpft werden. Sie unterliegt nur noch der meist sehr schwachen werkstoffspezifischen mechanischen Dämpfung. Außerdem ist die quasi-Kollokationseigenschaft bei Magnetlager A ab der zweiten Eigenform

nicht mehr erfüllt. Am Magnetlager B hat man in dem gesamten interessierenden Frequenzbereich quasi-Kollokation. Jedoch lässt sich der dritte Mode bei ca. 265 Hz aufgrund der schwachen Steuer- und Beobachtbarkeit nur schwer durch beide Lager beeinflussen.

3.1.1.2 Aktive Magnetlager

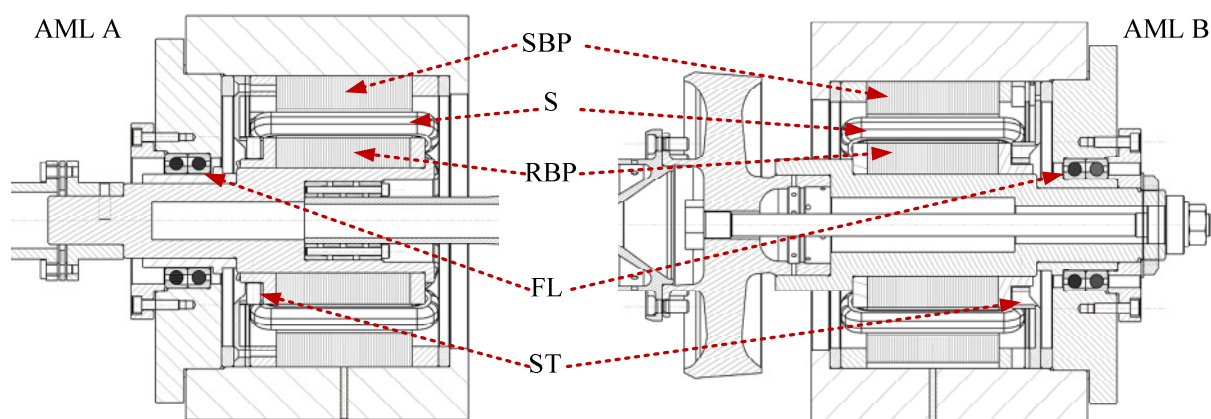
Die aktiven Magnetlager (Bild 3.7) dienen nicht nur zur kontaktlosen Lagerung, sondern als Aktor und Sensor zur Systemidentifikation und zur Schwingungsüberwachung. Tabelle 3.3 stellt die Magnetlagereinheiten A und B im Schnitt sowie alle notwendigen geometrischen Kenngrößen der beiden aktiven Magnetlager dar. Sie bestehen hauptsächlich aus Rotorblechpaket (RBP), Statorblechpaket (SBP), Statorspule (S), Sensorträger (ST) mit speziell ausgeführter Messfläche und der Fanglagerpaarung (FL) aus Rillenkugellager, die ein sicheres Auslaufen des Rotors im Notfall gewährleistet (siehe Tabelle 3.3). Alle diese Elemente sind in dem Lagerbock integriert.



Bild 3.7: Bild eines AMLs

Die zwei radialen Magnetlager sind von der Firma Mecos Traxler AG. Das aktive Magnetlagersystem beinhaltet folgende mechatronische Teilsysteme:

- die Magnetlagerauswertelektronik bestehend aus dem digitalen Signalprozessor (Regler),
- der Magnetlageraktuator bestehend aus der D/A-Wandlerkarte, dem Leistungsverstärker und den Elektromagneten,
- der Magnetlagersensor bestehend aus den am Lagergehäuse integrierten Wirbelstromsensoren, den Anti-Aliasing-Filtern und der A/D-Wandlerkarte.



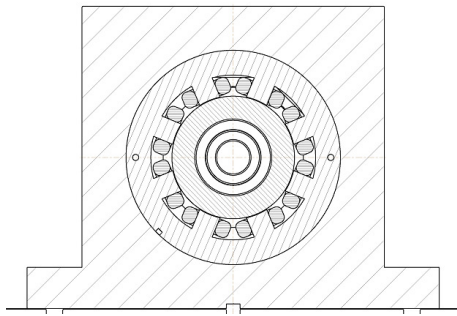


Tabelle 3.3: Bild und Baugröße des Magnetlagers

Hersteller	Mecos Traxler
Luftspalt AML	0,4 mm
Luftspalt Fanglager	0,15 mm
Polschuhfläche	1190 mm ²
Anzahl der Pole	8
Statordurchmesser	90 mm
Rotordurchmesser	89,2 mm

Die Magnetlagerauswertelektronik

In Tabelle 3.4 sind die wichtigsten Kenngrößen der Magnetlagerauswertelektronik zusammengefasst.

Digitaler Signalprozessor	TMS320C50 von Texas Instruments
Taktfrequenz	40 MHz
Abtastfrequenz	5 kHz

Tabelle 3.4: Kenngröße der Magnetlagerauswertelektronik

Das Herzstück der Magnetlagerauswertelektronik ist ein digitaler Signalprozessor (DSP) TMS320C50 von Texas Instruments mit einer Taktfrequenz von 40 MHz. Seine Aufgabe ist, neben der Regelung bzw. Stabilisierung des Rotors, die Ausgabe von Systemgrößen (z.B. Vorgabe des Sollwerts, des Offsetstroms etc.), das Einlesen von Systemvariablen (Auslenkungen, Spulenströme etc.), die Durchführung der Systemidentifikation mit Hilfe der Frequenzgangmessungen und die Umsetzung des kräftefreien oder auslenkungsfreien Laufs. Der Prozessor ist über eine serielle Schnittstelle RS232 mit dem PC verbunden. Die Kommunikation erfolgt mittels Matlab. Auf dem Prozessor sind nur lineare Regler mit dezentraler Struktur und kleiner Ordnung implementierbar. Dabei arbeitet der Regelkreis mit einer Abtastfrequenz von 5 kHz. Die Magnetlagerauswertelektronik kommuniziert mit anderen mechatronischen Komponenten über eine 12 Bit-A/D-Wandlerkarte zur Stellgrößenausgabe und zur Messwertaufnahme. Insgesamt können vier Stellgrößen ausgegeben und vier Wegsignale eingelesen werden.

Der Magnetlageraktuator

Der Magnetlageraktuator ist eine Reihenschaltung des D/A-Wandlers, des Leistungsverstärkers und der Elektromagneten. In Tabelle 3.5 sind die wichtigsten Kenngrößen des verwendeten Aktuators zu sehen.

D/A-Wandlerkarte	12 Bit, 0 bis 10 V	Spuleneckfrequenz ω_g	14,42 rad/s
Übertragungsfaktor	$8/2^{12}$ A/DSPunit	Leistungsbandbreite ω_{sat}	384,35 rad/s
PWM Stromverstärker	Mecos PA 8/50	Offset-Strom i_0	1,56 A
Schaltfrequenz	78 kHz	Kraft-Strom-Beziehung k_i	214 N/A
Signalbandbreite	2 kHz	Kraft-Weg-Beziehung k_s	871 kN/m
Max. Ausgangsspannung	± 48 V	Max. Kraft in z/y	1812 N
Max. Ausgangsstrom	8 A	Max. Kraft	2563 N
Windungsanzahl N	130	Max. dynamische Kraft	1150 N
Wicklungsinduktivität L	31,2 mH	Wicklungswiderstand R	0,45 Ω

Tabelle 3.5: Kenngröße des Magnetlageraktuators

Der Leistungsverstärker ist ein Stromverstärker mit einer Ausgangsspannung von 48 V und einem maximalen Ausgangsstrom von 8 A. Dabei beträgt die Signalbandbreite mindestens 2 kHz. Die Verwendung des Stromverstärkers ermöglicht ein lineares Aktuatorverhalten in einem sehr weiten Frequenzbereich. Mit der 12 Bit Auflösung der D/A-Wandlerkarte ergibt sich, unter Voraussetzung den gesamten Strompegel nutzen zu wollen, die Proportionalitätskonstante des D/A-Wandlers zu:

$$k_{\text{DA}} = \frac{10 \text{ V}}{8 \text{ A}} \quad (3.1)$$

Zur Modellierung des AML-Aktuators ist es sinnvoll, wenn keine Kraftmessung über die AML wie in [5] möglich ist, den AML-Aktuator in einen elektrischen und einen elektromechanischen Teil aufzuspalten. Die Übertragungsfunktion des elektrischen Teils des AML-Aktors (D/A-Wandler und Verstärker) ergibt mit dem Stellgrößenvektor \mathbf{i}_R als Eingangsvektor und dem Spulenstromvektor \mathbf{i} als Ausgangsvektor zu:

$$\mathbf{G}_A(s) = \frac{\mathbf{i}(s)}{\mathbf{i}_R(s)} = k_{\text{DA}} \frac{\omega_{\text{sat}}}{s + \omega_{\text{sat}}} \mathbf{I}_{4 \times 4} \quad (3.2)$$

Der elektromechanische Wandlerteil des Magnetlageraktuators ($\mathbf{F}_{\text{AML}} = \mathbf{P}_{\text{AML,A}} k_i \mathbf{i} + k_s \mathbf{P}_{\text{AML,A}} \mathbf{P}_{\text{AML,A}}^T \mathbf{q}$) (siehe Gl. (2.70) bis Gl. (2.76)) lässt sich einfach in die Übertragungsfunktion des Rotors integrieren.

Der Magnetlagersensor

Die Ermittlung der Auslenkungen an den Lagerstellen erfolgt mit Hilfe von Wir-

belstromsensoren. In Tabelle 3.6 sind die wichtigsten Kenngrößen der verwendeten Sensorik dargestellt.

Messbereich	1 mm	AAF-Kreisfrequenz ω_{AAF}	$2 \pi 2500 \text{ rad/s}$
Auflösung	$0,3 \mu\text{m}$	AAF-Dämpfungsgrad D_{AAF}	0,8 %
Empfindlichkeit	20 V / $300 \mu\text{m}$	A/D-Wandlerkarte	12 Bit, -10 V bis 10 V
Bandbreite	$>10 \text{ kHz}$	Übertragungsfaktor	$2^{12}/300 \text{ DSPunit}/\mu\text{m}$

**Tabelle 3.6: Kenngrößen des Magnetlagersensors (Wirbelstromsensor),
AAF: Anti-Aliasingfilter**

Die Bandbreite der Wegsensoren deckt sämtliche im Betrieb auftretenden Frequenzen ab ($>10 \text{ kHz}$). Vor der Digitalisierung werden die Wegsignale zur Vermeidung von Aliasingeffekten mit einem PT2-Glied (Anti-Aliasing Filter) mit der Kreisfrequenz $\omega_{AAF} = 2 \pi 2500 \text{ rad/s}$ und dem Dämpfungsgrad $D_{AAF} = 0,8 \%$ tiefpassgefiltert. Mit der Abtastfrequenz von 5 kHz und der höchsten im Messsignal mögliche vorkommenden Drehfrequenz von 500 Hz (entsprechend dem maximalen Drehzahlbereich des Motors) wird das Shannonsche Abtasttheorem nicht verletzt und die Aliasingeffekte vermieden. Mit der 12 Bit Auflösung des A/D-Wandlers ergibt sich, unter Voraussetzung den gesamten Luftspalt nutzen zu wollen, die Proportionalitätskonstante des A/D-Wandlers zu:

$$k_{AD} = \frac{3e^{-4} \text{ m}}{20 \text{ V}} \quad (3.3)$$

Damit ergibt sich die folgende Übertragungsfunktion für den AML-Sensor mit vier Ein- und Ausgängen zu:

$$\mathbf{G}_S(s) = \frac{\mathbf{q}_L(s)}{\mathbf{q}_S(s)} = k_{AD} \frac{\omega_{AAF}^2}{s^2 + 2D_{AAF}\omega_{AAF}s + \omega_{AAF}^2} \mathbf{I}_{4 \times 4} \quad (3.4)$$

3.1.1.3 Reglerentwurf für das magnetgelagerte System

Für den Betrieb von Rotoren in aktiven Magnetlagern sind stets geeignete Regler erforderlich, um die inhärente Instabilität aufgrund der negativen Magnetlagersteifigkeit zu kompensieren, ohne dabei die elastischen Eigenmoden des Rotors anzuregen. Bild 3.8 zeigt den Regelkreis eines magnetgelagerten Systems mit den jeweiligen Ein- und Ausgängen. Dabei stellt $\mathbf{G}(s)$ die Übertragungsfunktion

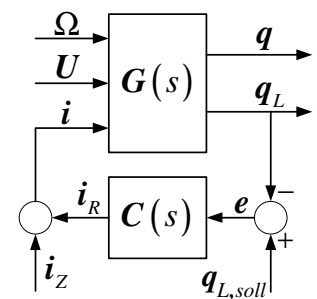


Bild 3.8: Regelkreis des AML-Rotorsystems

der Regelstrecke und $\mathbf{C}(s)$ die des Reglers dar. Die Auslegung von $\mathbf{C}(s)$ ist besonders schwierig, da die Systemdämpfung aufgrund der kontaktlosen Lagerung sehr schwach ist und die Strecke nicht optimale regelungstechnische Eigenschaften vorweist (siehe Tabelle 3.2). Zudem verursacht die Drehzahl Ω im Betrieb die folgenden Nebeneffekte, auf die das geregelte System robust reagieren soll:

- Gyroskopische Effekte, die die modalen Parameter verändern und eine Kopplung der Bewegungen in den radialen Ebenen verursachen.
- Fliehkräfte in Kombination mit den Unwuchten \mathbf{U} , die das System anregen und zu großen Schwingungen \mathbf{q} führen. Bei großen Schwingungen ist zudem die Nichtlinearität der AML nicht mehr vernachlässigbar.
- Änderung der Magnetlagerparameter und Erhöhung der Modellunsicherheiten beim Reglerentwurf.

Lösch gibt in seiner Arbeit [57] einen Überblick und einen Vergleich von Regelstrategien für AML-Rotorsysteme. Aufgrund der begrenzten Möglichkeiten der Magnetlagerauswertelektronik, dass nur lineare Regler mit dezentraler Struktur und kleiner Ordnung implementierbar sind, kommen als Regelstrategie für den betrachteten Fall nur das Konzept der dämpfenden Phase von Gähler [31] oder PID-basierte Regelverfahren in Frage. Eine Übersicht über das im Rahmen dieser Arbeit angewendete methodische Vorgehen bei dem Reglerentwurf gibt das Flussdiagramm im Bild 3.9.

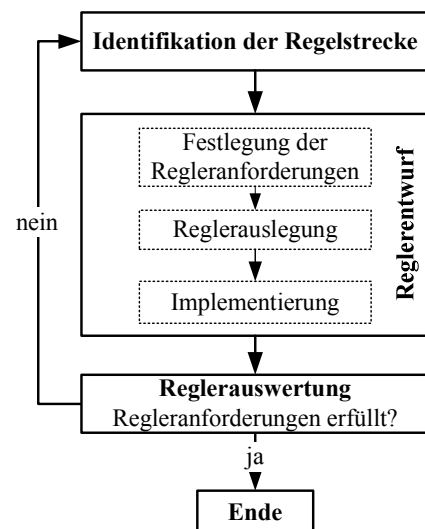


Bild 3.9: Vorgehensweise bei dem AML-Reglerentwurf

Identifikation der Regelstrecke

Die Identifikation der Regelstrecke ist ein erforderlicher Schritt vor dem Reglerentwurf [72]. Sie beginnt meist mit der Modellierung der Strecke $\mathbf{G}(s)$ im Frequenzbereich. Für eine gute Verknüpfung der Systemkomponenten zu einem Gesamtmodell der Magnetlagerstrecke ist es sinnvoll, die Regelstrecke $\mathbf{G}(s)$ folgendermaßen aufzuteilen:

- AML-Aktuator ($\mathbf{G}_A(s)$) gemäß Gl. (3.2): vom Stellgrößenvektor $\mathbf{i}_Z = [i_{Az}, i_{Ay}, i_{Bz}, i_{By}]^T$ zum analogen Spulenstromvektor \mathbf{i} .
- Rotor ($\mathbf{G}_R(s)$) gemäß Gl. (2.76): vom Spulenstromvektor \mathbf{i} zu den analogen La-

gersensorauslenkungen \mathbf{q}_S .

- AML-Sensor ($\mathbf{G}_S(s)$) gemäß Gl.(3.4): von den analogen Lagersensorauslenkungen \mathbf{q}_S zu den digitalisierten Lagersensorauslenkungen $\mathbf{q}_L = [q_{LAz}, q_{LAy}, q_{LBz}, q_{LBy}]^T$.

Die Verknüpfung der oben genannten Systemkomponenten führt bei Berücksichtigung der Totzeit der Wandlerkarte zu der folgenden Gleichung für das offene magnetgelagerte System:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \dots & G_{14}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{41}(s) & \dots & G_{44}(s) \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{q}_L(s)}{\mathbf{i}_Z(s)} = e^{-sT_t} \mathbf{G}_S(s) \mathbf{G}_R(s) \mathbf{G}_A(s) \quad (3.5)$$

$$= e^{-sT_t} \left\{ \frac{k_{AD} \omega_{AAF}^2}{s^2 + 2D_{AAF} \omega_{AAF} s + \omega_{AAF}^2} \mathbf{I}_{4 \times 4} \right\} \{ \mathbf{P}_{AML,S} \mathbf{V} \mathbf{H}_R \mathbf{V}^T \mathbf{P}_{AML,A} k_i \} \left\{ \frac{k_{DA} \omega_{sat}}{s + \omega_{sat}} \mathbf{I}_{4 \times 4} \right\}$$

Die Identifikation der Regelstrecke erfolgte durch eine Anpassung der Übertragungsfunktion des Streckenmodells an die mit Hilfe der Magnetlager gemessenen Übertragungsfunktionen [31]. Dabei wurden die Magnetlagerparameter des Modells solange manuell und iterativ angepasst, bis eine gute Übereinstimmung der Übertragungsfunktionen wie die von Bild 3.10 erreicht wurde.

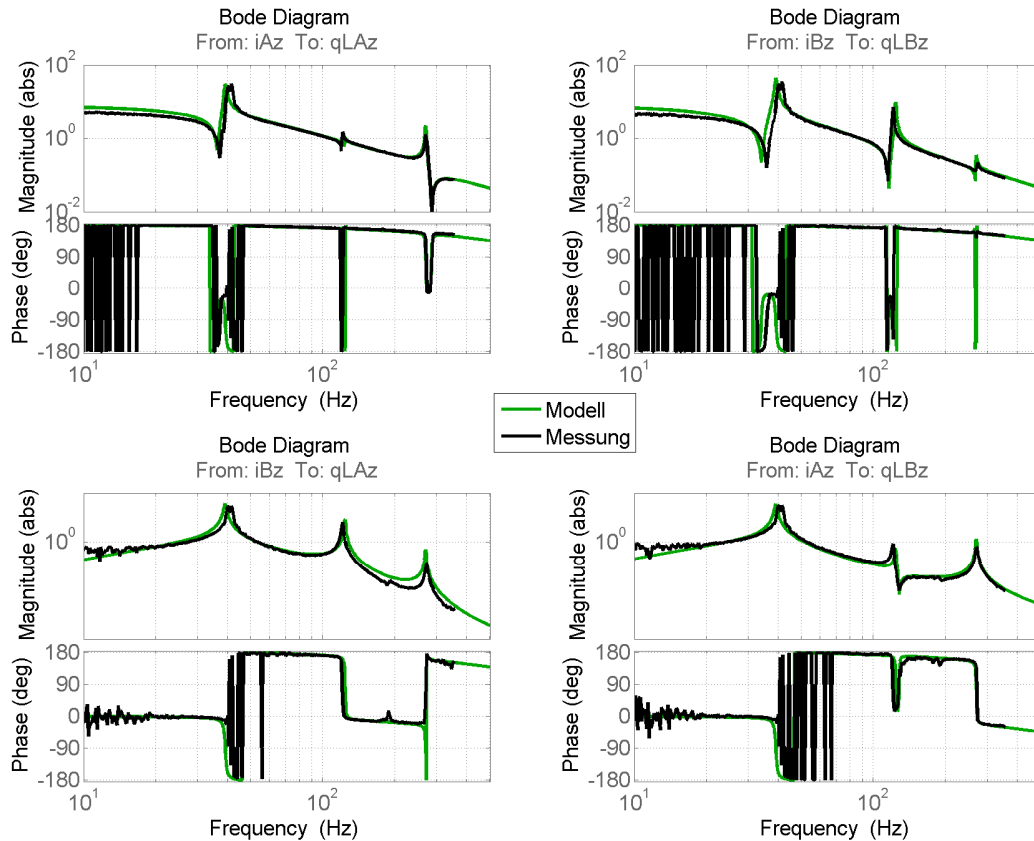


Bild 3.10: Identifikation der Regelstrecke bei $\Omega = 0$ rad/s

Aus der Identifikation der Strecke ließen sich folgende Parameter ermitteln

$k_i = 214 \times 0,5175 \text{ N/A}$	$\omega_{\text{sat}} = 384,35 \times 15 \text{ rad/s}$
$k_s = 871 \times 0,45 \text{ kN/m}$	$P_{\text{AML},A}^T = P_{\text{AML},S}$
$T_t = 1,25 \times T_s$	

Tabelle 3.7: Identifizierte Streckenparameter

und folgende Schlüsse ziehen:

- Die Dynamik der Leistungselektronik ist vernachlässigbar.
- Die Totzeit aufgrund der digital-analog-Umwandlung der Steuergrößen und der analog-digital-Umwandlung der Messgrößen ist nicht vernachlässigbar.
- Die Kopplung der Ein- und Ausgangsgrößen der Regelstrecke ist in den Resonanzstellen nicht vernachlässigbar.
- Die optimalen Übereinstimmungsergebnisse von Bild 3.10 lassen sich nur bei Rückführung der Lagerauslenkungen an den Sensorstellen (\mathbf{q}_L) statt an den Aktorstellen ($\mathbf{q}_{L,A}$) zur Nachbildung der destabilisierenden Magnetlagerkräfte erreichen.
- Aufgrund der negativen Magnetlagersteifigkeit ist die Strecke instabil (siehe Bild 3.11 unten links) und es lässt sich eine Absenkung der Eigenfrequenzen, vor allem der ersten Eigenfrequenz (von 46 Hz auf 39 Hz), beobachten.

Reglerentwurf

Der Reglerentwurf beginnt üblicherweise gemäß Bild 3.9 mit den Regleranforderungen, dann folgen die Reglerauslegung und die Reglerimplementierung. Die an den Magnetlagerregler gestellten Anforderungen sind im Folgenden aufgelistet:

1. Linearer, dezentraler Regler mit niedriger Ordnung.
2. Hohe statische Steifigkeit im niederfrequenten Bereich, aber geringe dynamische Steifigkeit um das System auf Unwucht empfindlich zu lassen.
3. PD-Verhalten im Bereich der Starrkörpereigenfrequenzen, zur Stabilisierung der Starrkörpermoden durch Kompensation der negativen Magnetlagersteifigkeit mit einem minimalen Reglerverstärkungsfaktor von $k_P > k_s / [k_i k_{AD} k_{DA}]$ und zur Erhöhung der Systemdämpfung.
4. Erhöhung der Stabilitätsreserve der elastischen Eigenmoden im Bereich mittlerer Frequenzen durch ein optimales D-Verhalten des Reglers.
5. Tiefpassverhalten im Bereich höherer Frequenzen um die Anregung nicht modellierter Dynamiken und Stellgrößenbeschränkungen zu vermeiden.

Um die Anforderungen 3 und 4 zu erfüllen, muss der Regler in einem breiten Frequenzband, solange die quasi-Kollokationseigenschaften erfüllt sind, einen positiven Phasenwinkel φ_R gemäß Gl. (3.6) aufweisen [31]:

$$-c \times 360^\circ + \varphi_T < \varphi_R < -c \times 360^\circ + \varphi_T + 180^\circ \text{ mit } c = 0, 1, 2, \dots \quad (3.6)$$

Wobei φ_T den Phasenverlustwinkel oder die Totzeit aufgrund der diskreten Arbeitsweise des Reglers sowie der Analog-Digital-Umwandlung der Mess- und Stellgrößen darstellt. Die Anforderung 5 wird automatisch durch das Tiefpassverhalten des Aktors und des Rotors erfüllt.

Glücklicherweise zeigt sich in der Praxis, dass mit einer gut ausgelegten PID-Regelung der Form der Gl. (3.7) in den allermeisten Fällen ein stabiles und robustes Systemverhalten erreicht werden kann. Mit solchen dezentralen Reglern lassen sich lokale Regler C_i definieren mit nur noch zwei Koeffizienten k_p und k_D außer dem I-Anteil k_I . Diese Koeffizienten entsprechen einer Steifigkeit und einer Dämpfung an den Lagerstellen. Sie sind aber nur äquivalent zu mechanischer Steifigkeit und Lagerdämpfung, wenn die Sensoren in den Lagerwirkstellen selbst eingeordnet sind, bei Kollokation [81]. Aus Bequemlichkeitsgründen sind die lokalen Reglerparameter gleich ($C_1 = C_{Az} = C_2 = C_{Ay}, C_3 = C_{Bz} = C_4 = C_{By}$). Durch den Einsatz eines dezentralen PID-Reglers werden darüber hinaus die Ordnung des Reglers und damit der numerische Aufwand bei der Datenverarbeitung im Regler reduziert. Nachteile der dezentralen Regelung ist die Vernachlässigung der Störwirkungen, die aufgrund der Systemkopplung (Kopplung der radialen Ebenen aufgrund der Gyroskopie und Kopplung der Lagereinflüsse dadurch, dass Stelltätigkeit am Lager A und Auslenkungen am Lager B verursachen kann und umgekehrt) auftreten können.

Das PID-basierte dezentrale Regelgesetz lautet mit den vier Messsignalen $\mathbf{q}_L = [q_{LAz}, q_{LAy}, q_{LBz}, q_{LBy}]^T$ und den vier Stellsignalen $\mathbf{i}_R = [i_{Az}, i_{Ay}, i_{Bz}, i_{By}]^T$:

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} C_1(s) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & C_4(s) \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{i}_R(s)}{-\mathbf{q}_L(s)} = \mathbf{K}_P + \mathbf{K}_D s + \mathbf{K}_I \frac{1}{s} \quad (3.7)$$

mit

$$\mathbf{K}_P = \begin{bmatrix} k_{P1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_{P4} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_D = \begin{bmatrix} \frac{k_{D1}}{T_{D1}s + 1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{k_{D4}}{T_{D4}s + 1} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_I = \begin{bmatrix} k_{I1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_{I4} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Aufgrund der Eigenschaften von Tabelle 3.2 (Abschnitt 3.1.1.1) wird am Lager

A ein lokaler Regler mit sehr schwacher Dämpfung ausgelegt, um das System im Nicht-Kollokationsbereich nicht anzuregen. Dadurch werden jedoch die Starrkörpermoden der Strecke am Lager A nicht optimal gedämpft. Am Lager B wird umgekehrt aufgrund der vorhandenen quasi-Kollokation ein Regler mit großer Dämpfung bevorzugt. Mit genügend Dämpfung am Lager B kann aufgrund der Systemkopplung in den Resonanzstellen der durch Lager A nicht beeinflussbare zweite Mode gedämpft werden. Eine zu große Dämpfung am Lager B führt dennoch zu einer Verschlechterung des Systemverhaltens (Amplitudenverstärkung) im höheren Frequenzbereich und soll daher vermieden werden.

Anhand des identifizierten Modells der Strecke wird der dezentrale Regler vorerst in der Simulation ausgelegt. Über die Stabilität gibt das mit dem Modell berechnete Pol-Nullstellen-Diagramm des Regelkreises Auskunft (Bild 3.11, unten links). Ziel bei der Reglerauslegung ist es, die instabilen Starrkörperpole der Strecke in die linke Halbebene des Pole-Nullstellen-Diagramms zu verlagern und gleichzeitig die Stabilitätsreserve der elastischen Moden des Systems zu erhöhen. Der ausgelegte Regler wird anschließend am Versuchsstand implementiert und anhand von gemessenen Störübertragungsfunktionen [80] solange optimiert, bis ein akzeptables Störverhalten, eine niedrige Amplitudenverstärkung vor allem in den Resonanzen, erreicht ist. Anschließend wird die Stabilität des Regelkreises bei verschiedenen Drehzahlen mit Hilfe von Hochläufe untersucht. Im Bild 3.11 sind zudem die Übertragungsfunktionen der ausgelegten lokalen Regler

$$C_{1,2}(s) = 0,4 + \frac{2e^{-4}s}{5e^{-4}s + 1} + \frac{0,0056}{s}, \quad C_{3,4}(s) = 0,4 + \frac{20e^{-4}s}{5e^{-4}s + 1} + \frac{0,0056}{s} \quad (3.9)$$

das Pole-Nullstellendiagramm der Strecke und des Regelkreises sowie die gemessenen und berechneten Störübertragungsfunktionen des Systems im Stillstand in der x-z-Ebene zu sehen.

Im Bild 3.11 links unten erkennt man, dass die erste Mode bei 28 Hz sowie die dritte Mode bei 265 Hz immer noch nicht optimal gedämpft sind. Trotzdem wird mit diesem Regler die erste Versuchsreihe durchgeführt (Abschnitte 5.1 und 5.2), um die Effizienz der zu entwickelnden Strategie bei einem nicht optimal gedämpften System zu zeigen. Vor der Durchführung der zweiten Versuchsreihe wird der Regler dann optimiert. Der optimierte Regler ist im Anhang zu sehen (Bild A 1).

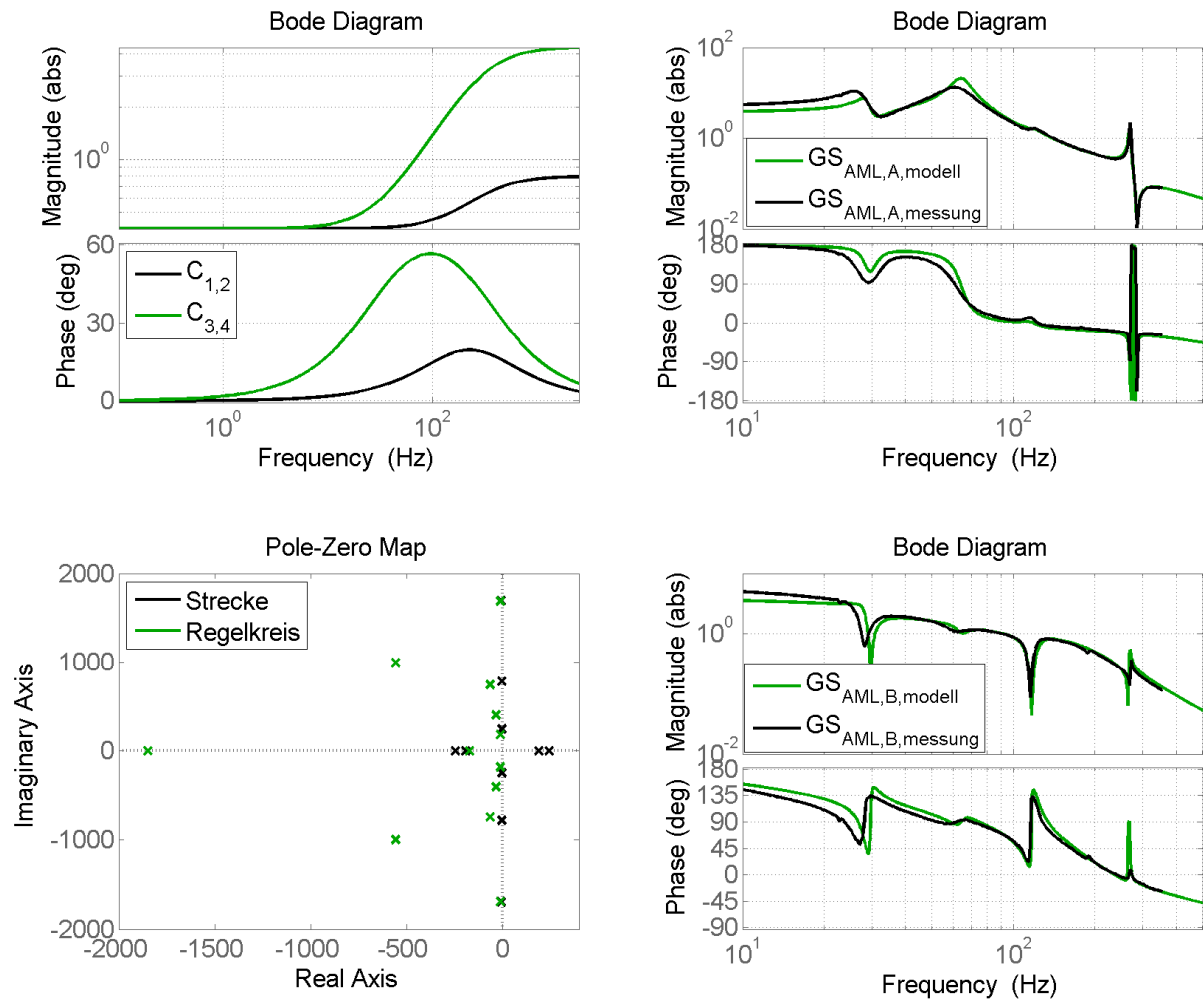


Bild 3.11: Übertragungsfunktion der lokalen Regler, Pole-Nullstellen-Diagramm und Störübertragungsfunktionen der lokalen Systemen

3.1.1.4 Dynamik des magnetgelagerten Systems

Die AML stellen aus rotordynamischer Sicht eine Steifigkeit und Dämpfung an den Lagerstellen dar, die das dynamische Verhalten des Rotors verändern [81]. Zudem verursacht die Drehzahl im Betrieb aufgrund von gyroskopischen Effekten eine Aufspaltung der Eigenfrequenzen und eine Kopplung der radialen Ebenen. In diesem Abschnitt werden die Einflüsse der AML-Reglerparameter sowie die der Drehzahl auf das dynamische Verhalten des magnetgelagerten Systems mit Hilfe des Programms ROTORBUILD untersucht. Diese Untersuchung ist für den Betrieb des magnetgelagerten Rotors wichtig und dient aufgrund der im Folgenden genannten Annahmen nur zur groben Abschätzung. Die Kenntnis der Lagereinflüsse kann benutzt werden, um die optimalen Steifigkeits- und Dämpfungswerte der Magnetlager für die konkreten Anwendungen (Regelung, Auswuchtung, etc.) zu bestimmen [89]. Aus der Untersuchung der Drehzahl bzw. gyroskopischen Effekte lassen sich die kritischen Drehzahlen im Betrieb ermitteln.

Einfluss der Lagersteifigkeit und Lagerdämpfung

Eigenfrequenzen und Eigenformen elastischer Rotoren hängen ganz wesentlich von der Steifigkeit und Dämpfung ihrer Lagerung ab. Durch Schließung des magnetgelagerten Regelkreises wirken die Magnetlager im Fall von Kollokation als mechanisches Feder-Dämpfer-System mit der Federsteifigkeit $k_{AML} = k_P k_{AD} k_{DA} k_i - k_s$ und Dämpfung $d_{AML} = k_D k_{AD} k_{DA} k_i$ (Bild 3.12).

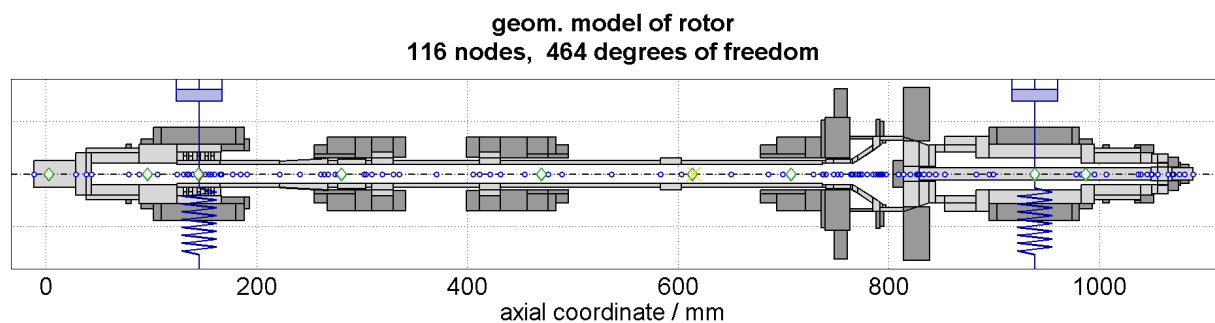


Bild 3.12: Modell des gefesselten Rotors unter ROTORBUILD

Im Fall von quasi-Kollokation werden im Magnetlager Kräfte ausgeübt, die proportional einer Verschiebung sind, die an einem anderen Angriffspunkt gemessen wurde. In diesem Fall entspricht die Regelung nicht mehr einem einfachen mechanischen Feder-Dämpfer-

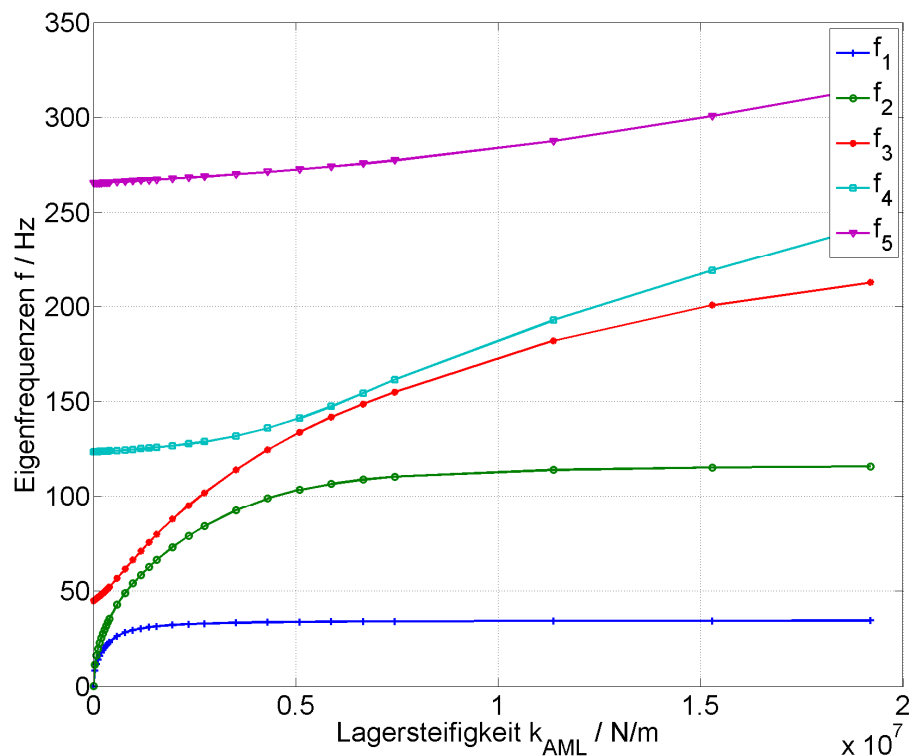


Bild 3.13: Einfluss der Lagersteifigkeit bei $d_{AML} = 0$ Ns/m

System, auch wenn weiterhin von Steifigkeit und Dämpfung des Reglers gesprochen wird. Zur Untersuchung der Einflüsse der Reglerparameter als Lagersteifigkeit und Lagerdämpfung in ROTORBUILD muss Kollokation angenommen werden (Bild 3.12).

Bild 3.13 bis Bild 3.15 zeigen die resultierenden Kurven bei Erhöhung jeweils der Lagersteifigkeit und der Lagerdämpfung. Bei frei-freiem Rotor mit $k_{AML} = 0$ und $d_{AML} = 0$ besitzt der Rotor zwei Starrkörpermoden bei 0 Hz und drei weitere Biegemoden in dem Fre-

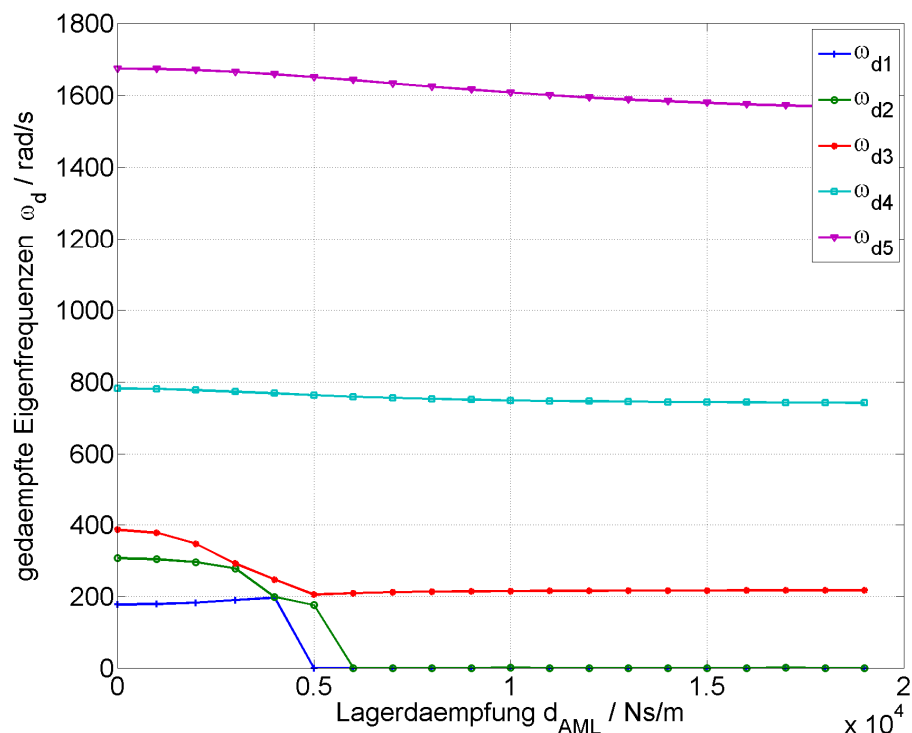


Bild 3.14: Einfluss der Lagerdämpfung bei $k_{AML} = 705830 \text{ N/m}$

quenzbereich bis 500 Hz (Bild 3.6). Mit zunehmender Lagersteifigkeit nehmen die Eigenfrequenzen zu und streben gegen einen für jede Eigenform konstanten Wert zu, da der Rotor bei unendlich hoher Steifigkeit an den Lagerstellen starr gelagert ist. Die beiden Starrkörpermoden des frei-freien Rotors spalten sich in die neuen ersten Biegeeigenformen des gefesselten Rotors auf. Die zweite und dritte Eigenfrequenz des ungefesselten Rotors lassen sich aufgrund nicht optimaler Steuerbarkeitseigenschaften (siehe Tabelle 3.2) bei kleiner Lagersteifigkeit schwer verschieben.

Die Erhöhung Lagerdämpfung verursacht bei konstanter Lagersteifigkeit eine Absenkung der gedämpften Eigenfrequenzen (Bild 3.14) und eine Verschiebung der Eigenwerte in die linke Halbebene (Bild 3.15). Sie hat aufgrund der guten Steuerbarkeit einen viel größeren Einfluss auf die drei ersten Biegemoden des magnetgelagerten Rotors. Eine beliebige Erhöhung der Lagerdämpfung führt nicht unbedingt zu einer Verbesserung der Stabilität. Bei sehr großen Dämpfungswerten nähern sich manche Eigenwerte wieder der imaginären Achse und ihre Stabilität nimmt ab, während einige Eigenwerte rein reell werden. Dieser Effekt lässt sich im Bild 3.15 annähernd erkennen und in der Praxis verifizieren. Daher wird die Wahl einer optimalen Dämpfung immer einen Kompromiss bedeuten. Die numerische Ergebnisse von Bild 3.15 sind daher nur mit Vorsicht zu genießen.

Das Ausmaß der Veränderung der Eigenfrequenzen durch die Lagerparameter hängt im wesentlich vom Ort der Lagerstellen ab. Sitzen diese in den Schwingungsknoten der ungefesselten Struktur, ergibt sich keine Änderung der Frequenz durch Änderung

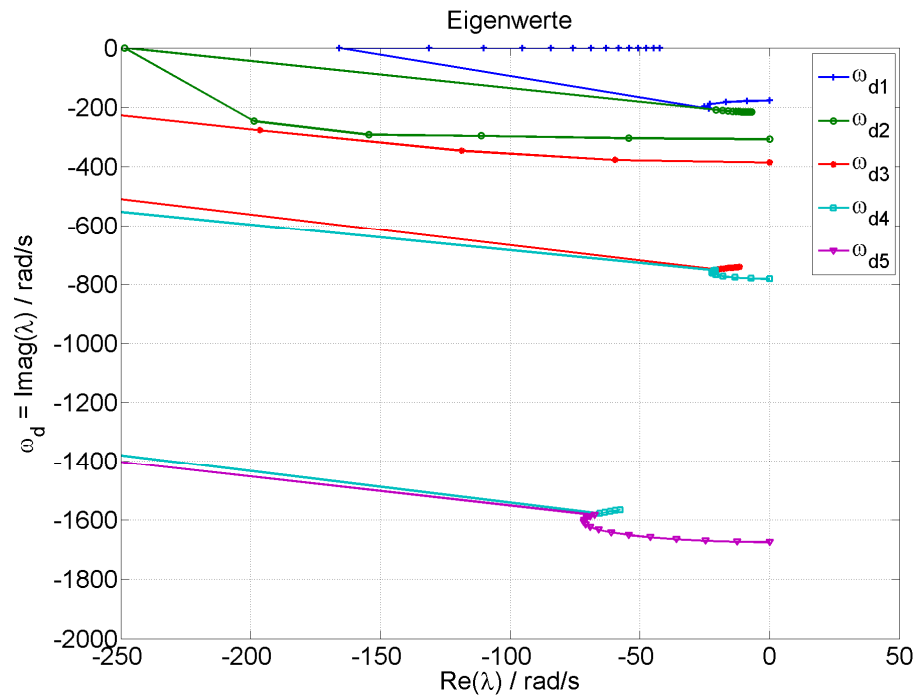


Bild 3.15: Einfluss der Lagerdämpfung bei $k_{AML} = 705830 \text{ N/m}$

der Lagerparameter. Desweiteren beruhen im Allgemeinen die Berechnungen des dynamischen Verhaltens des Rotors auf den Annahmen konstanter Steifigkeit k_{AML} und Dämpfung d_{AML} durch die aktiven Magnetlager. Generell sind diese nicht konstant. Im niederfrequenten Bereich ist die Steifigkeit aufgrund des I-Anteils des Reglers unendlich hoch. Dagegen sind im höheren Frequenzbereich die Steifigkeit und Dämpfung aufgrund der Stellgrößenbeschränkung annähernd null. Dazwischen sind sie vom Potential des Aktuators und vom Übertragungsverhalten des Reglers abhängig.

Eine strukturdynamische Analyse des nicht drehenden Rotors mit den bei dem Reglerentwurf festgelegten Lagerparametern ($k_{AML,A/B} = 789330 \text{ N/m}$, $d_{AML,A} = 590,64 \text{ Ns/m}$ und $d_{AML,B} = 5906,4 \text{ Ns/m}$) liefert die Eigenfrequenzen und komplexe Eigenformen von Bild 3.16 bis Bild 3.19. Dabei stellen die Kreise auf der Nulllinie die Positionen der Aktoren und Sensoren analog zu den vertikalen gestrichelten Linien im Bild 3.6 dar

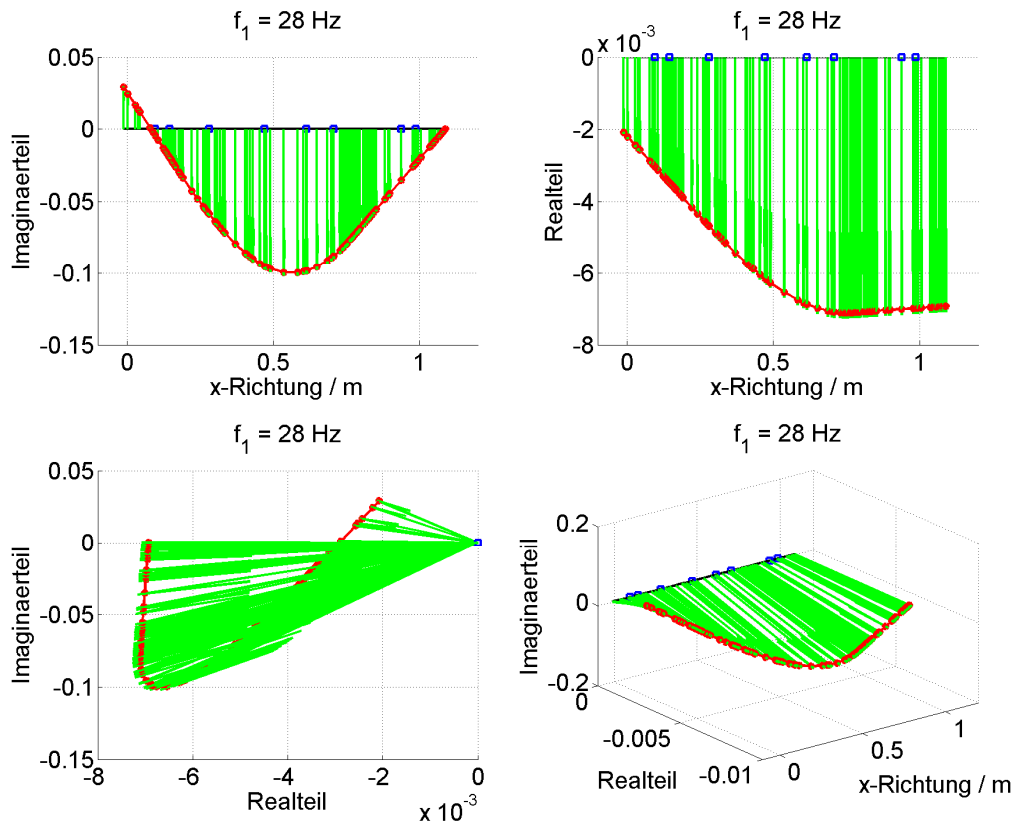


Bild 3.16: erste Eigenmode des gefesselten Rotors

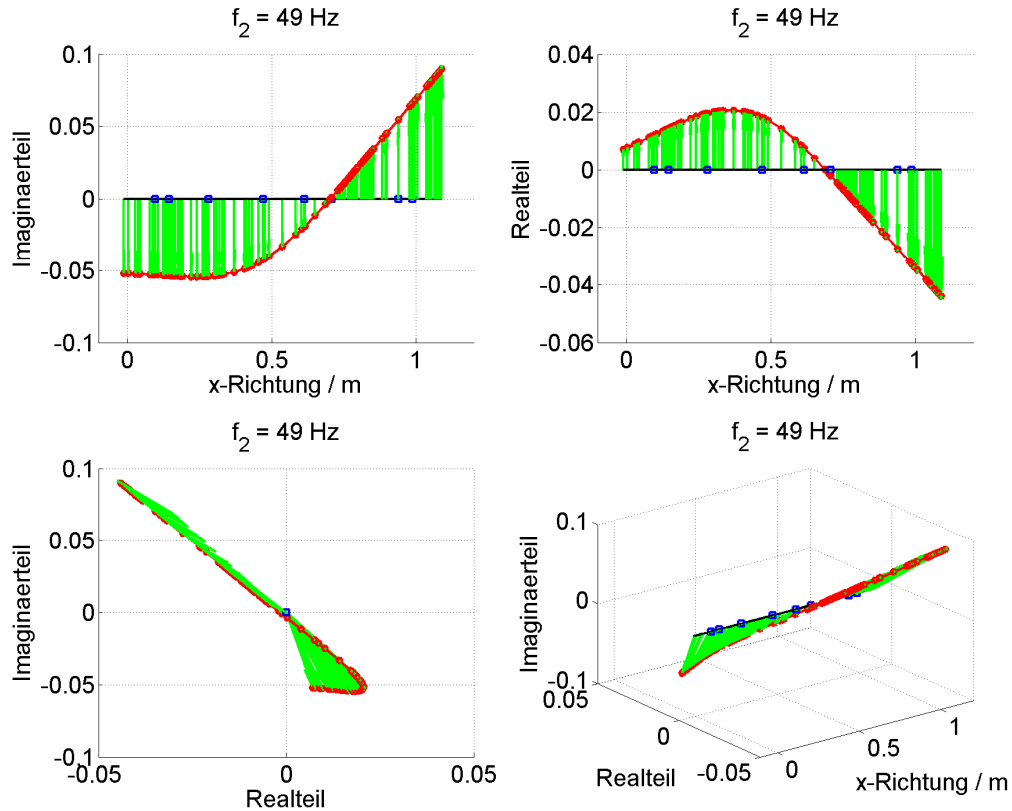


Bild 3.17: zweite Eigenmode des gefesselten Rotors

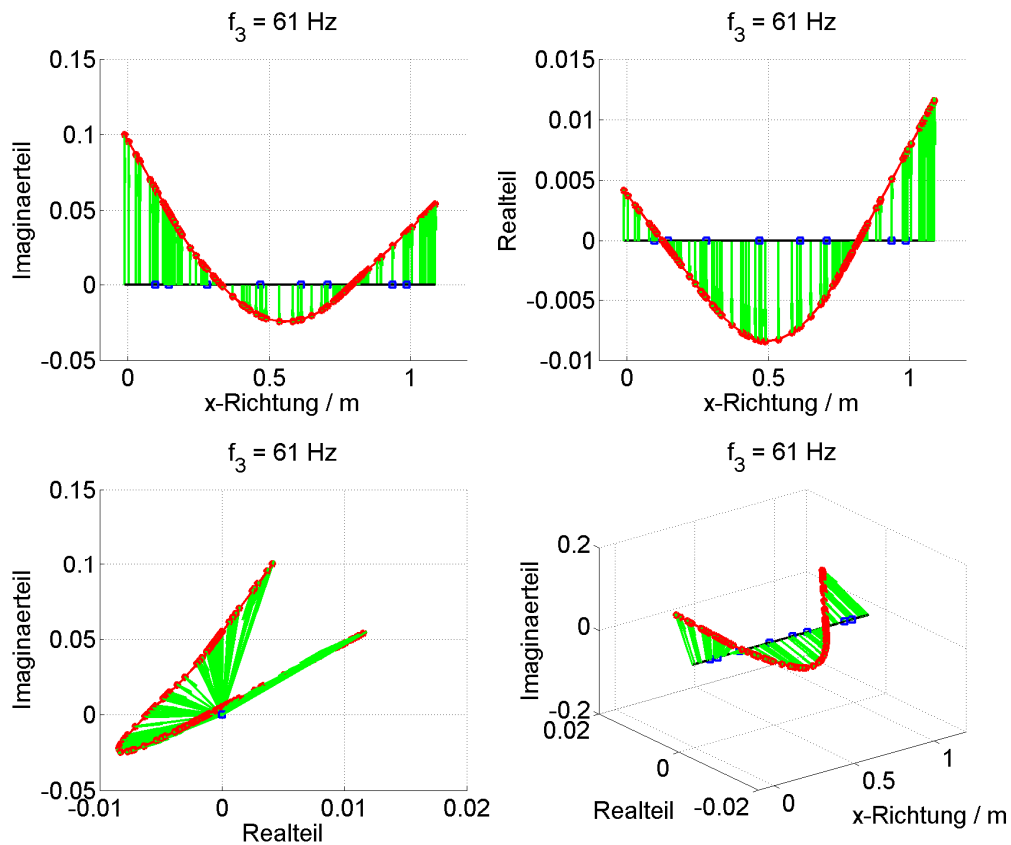


Bild 3.18: dritte Eigenmode des gefesselten Rotors

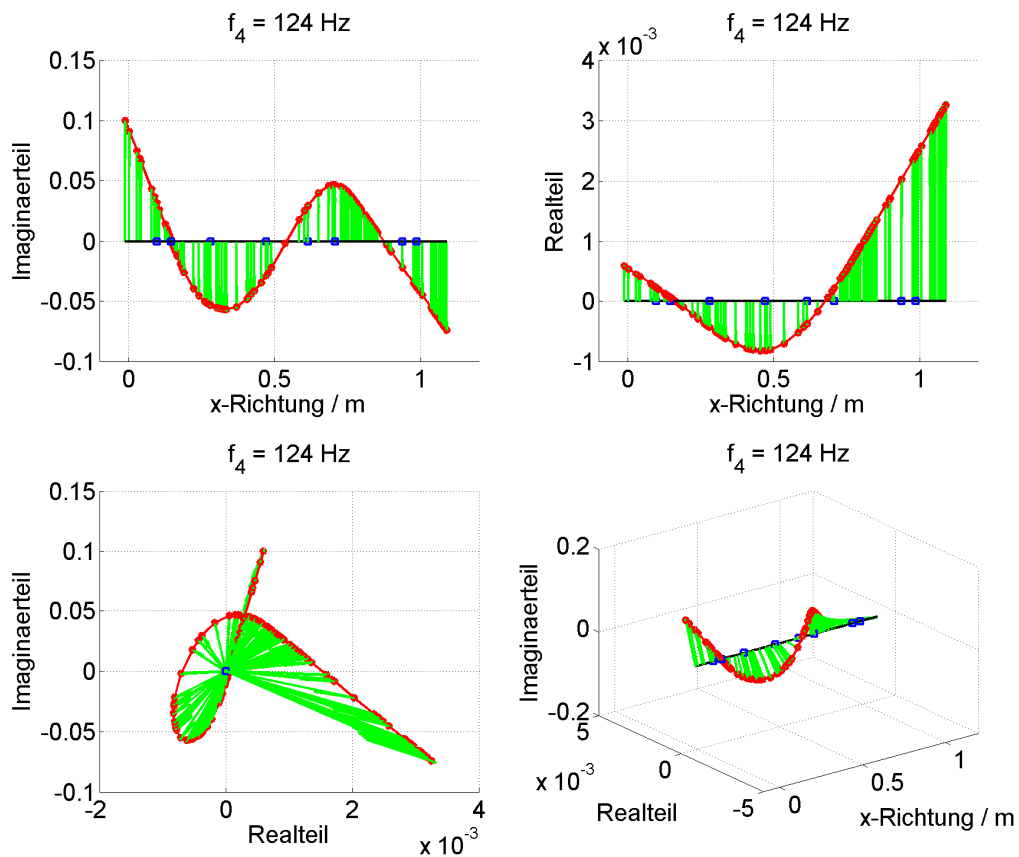


Bild 3.19: vierte Eigenmode des gefesselten Rotors

Einfluss der Drehzahl / Gyroskopie

Anhand des Campbell-Diagramms (Bild 3.20) kann man den Einfluss der Drehzahl und Gyroskopie feststellen. Die Ermittlung des Campbell-Diagramms mit ROTORBUILD basiert auf der Annahme einer isotropen Lagerung.

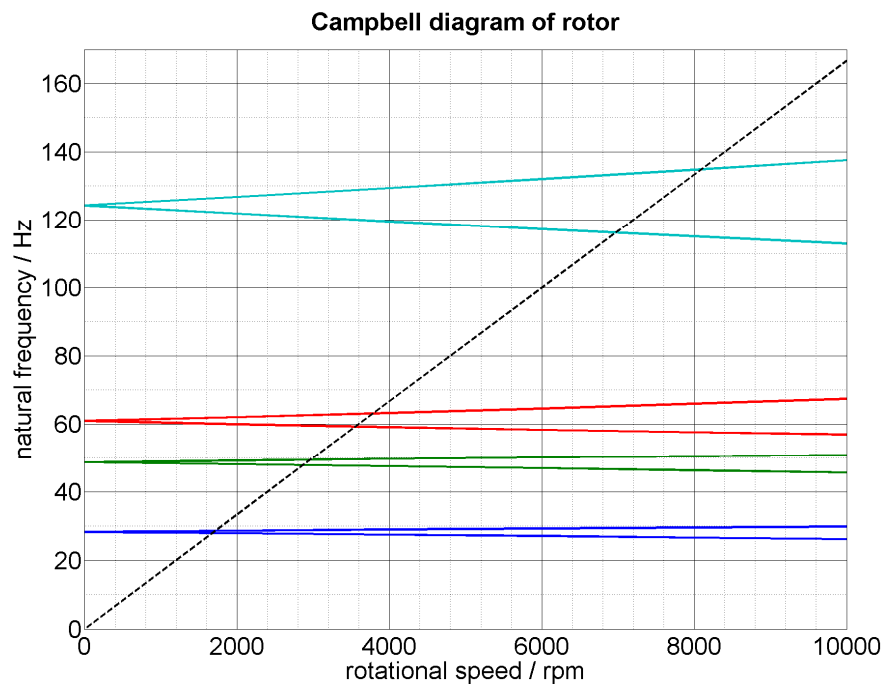


Bild 3.20: Campbell-Diagramm

Die gyroskopischen Effekte des Rotors verursachen im Betrieb bei Drehzahl ungleich null eine Aufspaltung der Stillstandeigenfrequenzen in eine Gleichlauf- und eine Gegenlaufbewegung. Die Schnittpunkte der Hochlaufkurve mit der Gleich- sowie Gegenlaufkurve ergeben die neuen kritischen Drehzahlen aufgrund der gyroskopischen Effekte im Betrieb. Diese kritischen Drehzahlen sind in Tabelle 3.8 zusammengefasst dargestellt.

Gegenlauf-kritische Drehzahlen	Stillstand Eigenfrequenzen	Gleichlauf-kritische Drehzahlen
27,9 Hz	28 Hz	28,5 Hz
47,8 Hz	49 Hz	49,4 Hz
59,2 Hz	61 Hz	63,1 Hz
116,1 Hz	124 Hz	134,9 Hz

Tabelle 3.8: kritische Drehzahlen im Betrieb

Die Aufspaltung der Eigenfrequenzen ist aufgrund der Schrägstellung der Schei-

be zwischen der Wuchtebene B und dem Magnetlager B viel größer für die vierte und fünfte Biegemode und kann bei den drei ersten Biegemoden vernachlässigt werden. Im Fall der isotropen Lagerung werden nur die mit der Drehzahl ansteigenden Eigenfrequenzen (Gleichlaufbewegungen) durch Unwucht angeregt.

3.1.2 Aktive Auswuchtsysteme

Auf der elastischen Welle sind drei Auswuchtaktuatoren montiert, welche über Matlab und ihre jeweilige Steuerelektronik während des Betriebes aktiv verstellt werden können. Damit kann der Wuchtzustand des Rotors im Betrieb geändert werden (Bild 3.21). Tabelle 3.9 gibt die Kenngrößen des eingesetzten Auswuchtsystems wieder.

Hersteller	LORD BalaDyne	Drehzahlbereich	(500–15000) 1/min
Unwuchtkapazität	360 gmm	Max. Positionsfehler	3 grad
Raststellungen	60	Absolutbetragsfehler	(0,96 – 5,3) % von U_{AAmax}
Statorinnen ϕ	73 mm	Rotoraussen ϕ	70 mm
Nomineller Luftspalt	1,5 mm	Axial Ringabstand	6,0 bis 7,0 mm

Tabelle 3.9: Kenngröße des Auswuchtsystems

Die drei aktiven Auswuchtsysteme erhalten vom PC über ihre jeweilige serielle Schnittstelle im Betrieb die Sollpositionen ($\beta_{a,soll}, \beta_{b,soll}$) ihrer jeweiligen Ringe zur Generierung eines bestimmten Unwuchtvektors U_{AA} (Bild 3.1). Sie stellen dem PC wiederum die Ist-Positionen der Ringe (β_a, β_b) sowie die Rotordrehzahl Ω zur Verfügung (Abschnitt 2.1.2, Bild 2.8).

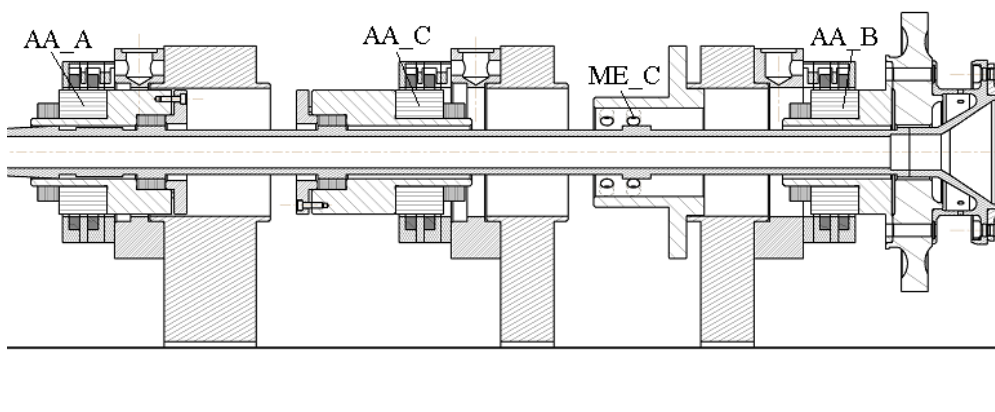


Bild 3.21: Auswuchtaktoren am Prüfstand

Die originalen Ringe der Auswuchtaktoren hatten eine Unwuchtkapazität von ca. 200 gmm [4]. Die Unwucht wurde dabei durch 15 Stahlstifte $\varnothing 2.0 \times 8.0$ mit einem Gewicht von ca. 0.2 g pro Stift realisiert. Diese wurden zur Erhöhung der Unwuchtkapazität durch die Stifte aus Material mit höherer Dichte, Wolframkupfer (WCu) $\varnothing 2.5 \times 7.0$ mit 0.45 g, ersetzt. Damit ergibt sich die gegenwärtige Kapazität eines Aktors zu ca. 360 gmm. Mit höherer Wuchtkapazität kann der Unwuchtfehler aufgrund der diskreten Raststellungen größer und das erzielbare Unwuchtreduziervhältnis somit schlechter werden. Da jedoch die Initialunwuchten des Rotors unbekannt sind, da der Rotor nicht vorgewuchtet wurde, ist es sinnvoll, mit AA mit höherer Wuchtkapazität die zu konzipierende Strategie zu untersuchen.

Folgende Schritte sind bei der Inbetriebnahme eines Auswuchtsystems sehr wichtig:

1. Der nominelle Luftspalt zwischen Stator und Rotor soll bei mittiger Lage der Rotorwelle im Stator maximal 1.5 mm betragen [1]. Man muss sicher gehen, dass der radiale Abstand ungefähr der gleiche an drei mit 120 Grad versetzten Punkten am Rotorumfang ist.
2. Die axiale Ausrichtung des Statorteils bezüglich des Rotorteils soll in einem tolerierbaren Bereich von ca. ± 0.25 mm liegen, sonst funktioniert das Auswuchtsystem fehlerhaft: kein Messsignal, Verstellung ist nicht möglich oder nicht reproduzierbar.
3. Das Auswuchtsystem registriert die Messsignale erst wenn die Bedingungen 1 und 2 erfüllt sind und die Drehzahl über ca. 500 1/min liegt.
4. In Abhängigkeit von dem eingestellten radialen und axialen Abstand sind die Stromamplitude, Impulsdauer und Impulspause (Bild 2.7) sowie der Winkeloffset der Ringe durch eine automatische Kalibrierung mit dem mitgelieferten Programm von LORD BalaDyne festzulegen. Die Winkeloffset-Einstellung ist sehr wichtig, damit die Ringe sich sowohl in positive als auch in negative Drehrichtung verstellen lassen.

3.1.3 Das aktive Antriebssystem

Rotierende Maschinen erfordern im allgemeinen Antriebselemente (Bild 3.22) um zu ihrer Betriebs- oder Solldrehzahl gefahren zu werden. Das notwendige Antriebsmoment des Antriebselements richtet sich dabei nicht nur nach dem Massenträg-



Bild 3.22: Antriebseinheit

heitsmoment der rotierenden Maschine und der Widerstandsmomente (Luft- und mechanische Reibung, Wirbelströme, etc.) bei Maximaldrehzahl, sondern hängt auch von dem Wuchtzustand des Rotors, von so genannten Koppelmomenten ab (siehe Abschnitt 2.3.1, Gl. (2.33)). Wegen großer Initialunwucht müssen manchmal Hochläufe abgebrochen und der Rotor vorgewuchtet werden, wenn der Antrieb nicht stark genug ist [33], um schnell durch die Resonanz zu fahren.

Am Prüfstand wird die Niederdruckwelle über einen mittels Frequenzumrichter betriebenen Asynchronservomotor angetrieben. Tabelle 3.10 gibt die relevanten technischen Daten des Antriebs wieder.

Hersteller	Lust Drive GmbH	Nennspannung	400 V
Motortyp	Asynchron-Servomotor	Nennstrom	23 A
Leistung	11 kW	Max. Drehzahl	29500 1/min
Nennmoment	3,54 Nm	Auflösung des Encoders	0,25 grad

Tabelle 3.10: Kenngröße des Antriebssystems

Die Vorgabe des Drehzahl Sollwerts des Antriebs erfolgt via serieller Schnittstelle vom PC aus, auf dem eine Software der Firma Lust Drive GmbH die interaktive Bedienung ermöglicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde jedoch eine Schnittstelle zwischen dem Umrichter und Matlab integriert, die eine automatische Adaption der Drehzahl an dem Wuchtzustand, $\Omega_{\text{soll}}(t) = f(q(t))$, während Hoch- oder Ausläufen ermöglicht (Gl. (1.15)) und als Konsequenz die vollautomatische Auswuchtstrategie realisierbar macht. Der PC erhält im Betrieb vom Antriebssystem die Ist Drehzahl Ω des Motors.

Die Untersuchung der automatischen Auswuchtstrategie in der Simulation erfordert ein Modell des Antriebs. Zur Modellierung des Antriebssystems ist ein allgemeines Blockschaltbild wie im Bild 3.23 zu bilden.

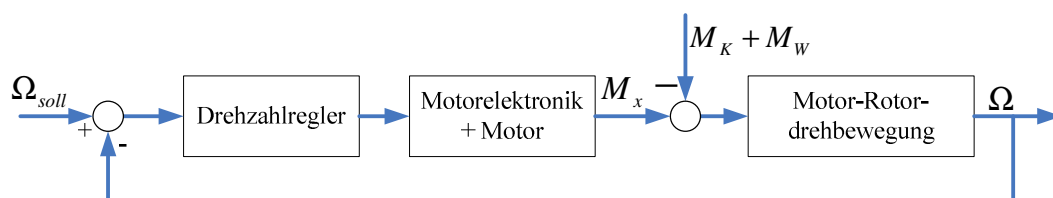


Bild 3.23: Blockschaltbild des Drehzahlregelkreises (AE)

Zur Vereinfachung der Modellbildung wird das Motor-Rotor-System als torsiionsstarr angenommen. Die Bewegungsgleichung lautet somit gemäß Gl. (2.33):

$$[\theta_M + \theta_R]\ddot{\phi}_x = M_x - M_K - M_W \quad (3.10)$$

Die Motorelektronik lässt sich idealerweise aufgrund der internen Stromregelung als P-Glied abbilden. Der Verstärkungsfaktor des P-Gliedes ergibt sich dabei näherungsweise aus dem Nennmoment und dem Nennstrom:

$$k_M = \frac{M_N}{i_N} = \frac{3,54 \text{ Nm}}{23 \text{ A}} \quad (3.11)$$

Zudem wird für die Drehzahlregelung von Antriebseinheiten im Allgemeinen ein PI-Regler verwendet.

3.1.4 Das Messsystem zur Ermittlung der Wellenauslenkungen in der Wellenmitte

Mit zwei senkrecht zueinander positionierten Wirbelstromsensoren und einer Datenerfassungskarte von National Instruments mit USB-Anschluss (NI USB 6009) werden zusätzlich zu den Lagerauslenkungen der AML \mathbf{q}_L die Auslenkungen in der Mitte des Rotors \mathbf{q}_R (Bild 3.21, Bild 3.1) ermittelt und dem PC zur Verfügung gestellt. Damit kann während des Wuchtprozesses die Schwingungen in der Mitte des Rotors überwacht werden. In Tabelle 3.11 sind die wichtigsten Daten der Wirbelstromsensoren sowie der Datenerfassungskarte dargestellt.

Wirbelstromsensor	Datenerfassungskarte
Hersteller: Waycon Positionmesstechnik	Hersteller: National Instruments
Sensortyp: CMSS65	8 Analogeingänge mit 14 bit und 48 kS/s
Linearität: $\pm 25,4 \mu\text{m}$	2 Analogausgänge mit 12-bit-Auflösung
Frequenzbereich: DC...10 kHz	12 Digital-I/O-Kanäle
Empfindlichkeit (Stahl): 200 mV/25,4 μm	1 Counter mit 32-bit-Auflösung

Tabelle 3.11: Kenngröße der Wirbelstromsensoren und der Datenerfassungskarte

3.2 Gesamtmodell des Versuchsstandes

Zur theoretischen Untersuchung der zu konzipierenden automatischen Auswuchtstrategie anhand von Simulationen wurden die Modelle der Teilsysteme (frei-freier Rotor und aktive Magnetlager (Gl. (2.70)), Auswuchtsystem (Abschnitt 2.2) und Antriebseinheit (Abschnitt 3.1.3) zu einem Gesamtsystemmodell verknüpft (Bild 3.24). Zur Vereinfachung wurde das Modell des Messsystems in der Mitte des Rotors zu dem AML-Sensormodell hinzugefügt. Man erkennt anhand des Gesamt-

modells des Versuchsstandes (Bild 3.24) die Unabhängigkeit der aktiven Teilsysteme voneinander. Diese haben als Schnittstelle den elastischen Rotor bzw. den Prozess, den sie im Betrieb beeinflussen sollen. Mit Sensoren entlang des Rotors, deren Positionen mit der Matrix \mathbf{P}_{ME} beschrieben sind, können die entstehenden Auslenkungen an den Messebenen \mathbf{q}_{ME} gemessen werden. Des Weiteren werden die Lagerauslenkungen an den Aktorstellen $\mathbf{q}_{L,A}$ dem AML-Aktormodell zugeführt, um die destabilisierenden Effekte der aktiven Magnetlager nachzubilden.

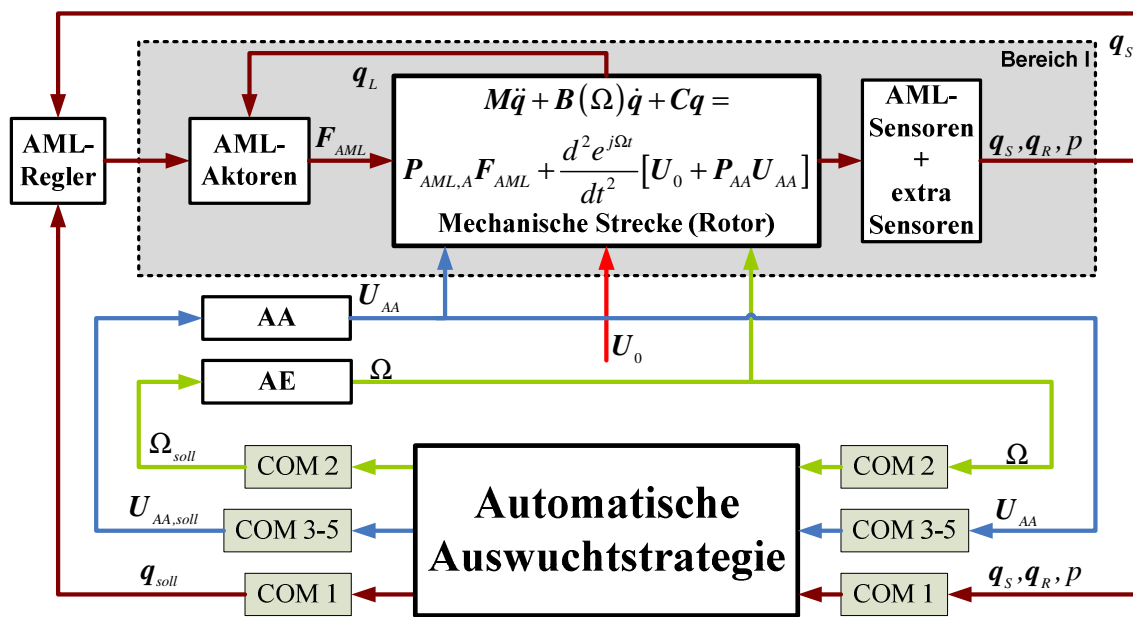


Bild 3.24: Gesamtmodell des Versuchsstandes

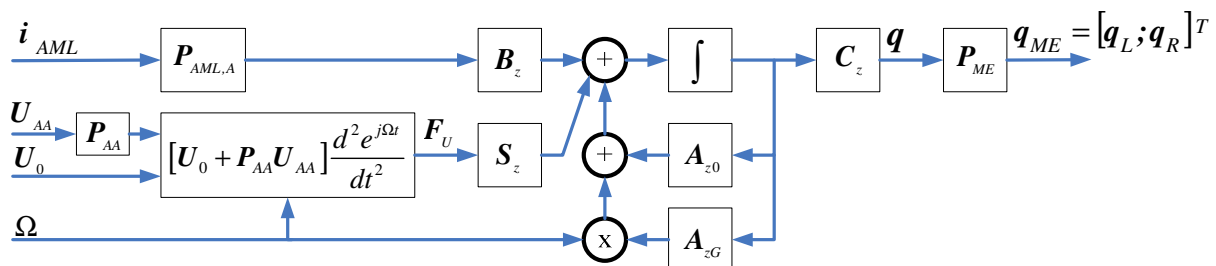


Bild 3.25: Simulinkmodell des offenen magnetgelagerten Rotors gemäß Gl. (2.74) und entsprechend dem markierten Bereich I im Bild 3.24

Das im Abschnitt 2.4.1 hergeleitete mathematische Modell des elastischen Rotors mit Auswuchtaktoren in aktiven Magnetlagern (Gl. (2.74)) bzw. der markierte Bereich I im Bild 3.24 lässt sich mit dem Blockschaltbild von Bild 3.25 in Simulink implementieren. Dabei werden die komplexen Unwuchtkräfte \mathbf{F}_U gemäß Gl. (2.45) unten in einen realen und imaginären Anteil jeweils für die z- und y-Richtung getrennt, bevor sie in die Eingangsmatrix \mathbf{S}_z eingeführt werden.

4 KONZEPTION DER AUTOMATISCHEN AUSWUCHTSTRATEGIE

Dieser Abschnitt widmet sich der Konzeption und theoretischen Untersuchung der Strategie zum automatischen Auswuchten durch das Zusammenspiel von aktiven Magnetlagern (AML), Antriebseinheit (AE) und Auswuchtaktoren (AA) wie in Bild 1.5 prinzipiell zu sehen ist.

4.1 Entwurf

4.1.1 Ablaufprogramm der automatischen Auswuchtstrategie

Bild 4.1 zeigt das Ablaufprogramm der automatischen Auswuchtstrategie entsprechend Bild 1.6. Nach Initialisierung und Überprüfung des gesamten Systems wird eine Grundeinstellung vorgenommen, während dessen wichtige Parameter wie Betriebsdrehzahl, Schwingungstoleranzwert etc. (siehe Tabelle 5.2) vom Bediener eingegeben werden. Mit dem Programmstart beginnt der Hochlauf zur Betriebsdrehzahl. Dabei werden die Drehzahl sowie die Auslenkungen kontinuierlich erfasst. Überschreitet die Auslenkungsamplitude an einer Messebene einen festgelegten Toleranzwert (Q_{zul}), dann wird zuerst der Hochlauf bei der aktuellen Drehzahl, *Wuchtdrehzahl*, gestoppt. Anschließend wird die Aus- oder Nachwuchtroutine (das aktive Betriebswuchten, siehe Abschnitt 2.4.3) zur Reduzierung der Auslenkungen in den Messebenen aktiviert. Der Hochlauf wird erst fortgesetzt, nachdem die Auslenkungen wieder in den Toleranzbereich reduziert worden sind. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis die Betriebsdrehzahl erreicht ist.

Die Realisierung der automatischen Auswuchtstrategie erfordert hierbei folgende Teilfunktionen:

- Ein Auswerteverfahren zur Ermittlung der Amplituden und Phasen der dreh-synchronen Schwingungen bei (quasi-) stationären Drehzahlen.
- Eine Strategie zur Festlegung einer zulässigen Schwingungsamplitude Q_{zul} in Abhängigkeit der Restschwingungen, ab der die Wuchtdrehzahlen festgelegt werden bzw. die Aus- oder Nachwuchtroutine (das aktive Betriebswuchten) gestartet wird.
- Eine Methode der intelligenten Generierung von Testunwuchten zur guten

Konditionierung der Einflusszahlenmatrix und zur Vermeidung schlechter Testläufe.

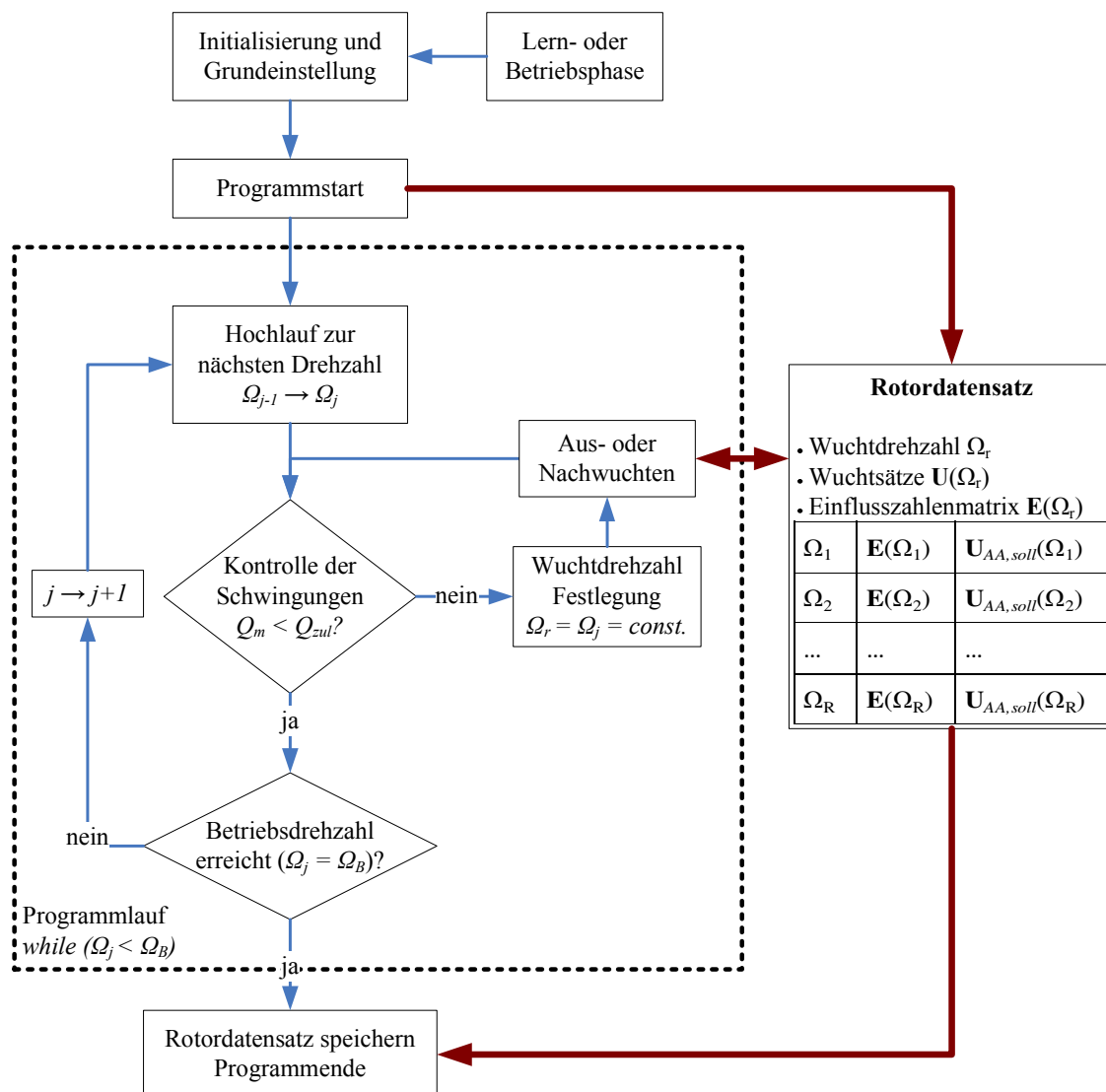


Bild 4.1: Ablaufprogramm der automatischen Auswuchtstrategie

4.1.2 Verfahren zur Amplituden- und Phasenmessung

Unwuchten lassen sich nicht direkt messen, sondern nur anhand ihrer Wirkungen wie z.B. die bei der Rotation auftretenden Lagerkräfte oder Auslenkungen. Das generelle Vorgehen ist also die Wirkung der störenden Unwucht zu messen und durch die Wirkung einer anderen Unwucht zu kompensieren [56]. Die Messung der Unwuchtwirkungen erlaubt eine Bestimmung der Größe der Initialunwucht eines Rotors sowie ihre Lage auf dem Rotor in bezug auf eine mitrotierende Winkelskala, um schließlich die Kompensationsunwuchten gegenüber den gemessenen Unwuchten anzubringen. Das bedeutet die Notwendigkeit der Durchführung von Phasen-

winkelmessungen. Darüber hinaus erfasst die Messeinrichtung nicht nur die Wirkungen von Unwuchten, sondern auch die Wirkungen anderer störender Ursachen, die mit der Unwucht in keinem Zusammenhang stehen. Diese Störgrößen müssen unterdrückt werden, um eine hohe Genauigkeit der Messung sicherzustellen. Wenn diese drei Anforderungen an die Messungen, die Bestimmung der Schwingungsamplituden, der Phasenlagen und die Unterdrückung von Störgrößen erfüllt sind, dann können die Kompensationsunwuchten bestimmt werden.

Zur Messung der Unwuchtschwingungen gibt es viele Methoden, die die drei oben genannten Anforderungen erfüllen [56]. Das nach Sicht des Verfassers geeignete Verfahren ist das *Wattmeterverfahren* (Multiplikation mit drehzahlsynchronen Signalen).

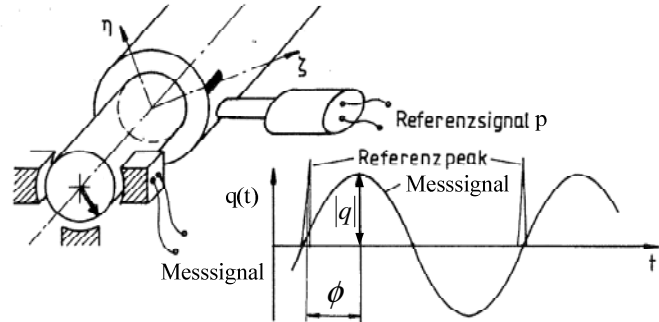


Bild 4.2: Anordnung zur Messung der Amplituden und Phase der Unwuchtschwingungen [33]

Dieses Verfahren ermittelt die Amplitude und Phase der gemessenen Schwingungen mit einem *Frequenzgangsanalysator*, der faktisch eine Fourieranalyse ausführt und das umlauffrequente Unwuchtsignal von fremdfrequenten Störsignalen reinigt [33]. Ein am Rotor existierender magnetischer Sensor (Bild 4.2) gibt ein Referenzsignal (Drehzahlimpuls p) ab (siehe Abschnitt 3.1), mit dessen Hilfe die Rotordrehfrequenz Ω ermittelt sowie ein drehzahlsynchrones Bezugssignal

$$x^S(t) = \sin(\Omega t) \text{ und } x^C(t) = \cos(\Omega t) \quad (4.1)$$

getriggert wird. Das gemessene Signal

$$q(t) = [k_{C1} \cos(\Omega t) + k_{S1} \sin(\Omega t)] + k_{C2} \cos(2\Omega t) + k_{S2} \sin(2\Omega t) + \dots + k_{Cn} \cos(n\Omega t) + k_{Sn} \sin(n\Omega t) \quad (4.2)$$

von dem alle nichtumlauffrequenten Signale Störsignale sind, wird über eine oder mehrere Umdrehungen gemessen

$$\mathbf{q} = [q(t_1) \dots q(t_n)]^T \quad (4.3)$$

und bezüglich der Grundwelle nach Fourier ausgewertet. Dazu wird mit dem Bezugssinus bzw. -kosinus multipliziert und über die Messdauer integriert. Man erhält die Fourierkoeffizienten des drehzahlsynchronen Signals:

$$k_{C1} = \frac{2}{t_n} \int_0^{t_n} q(t) x^C dt \text{ und } k_{S1} = \frac{2}{t_n} \int_0^{t_n} q(t) x^S dt \quad (4.4)$$

Eine modifizierte Variante des Verfahrens ist am Prüfstand implementiert [4] und ermittelt die Fourierkoeffizienten $\mathbf{x} = [k_{c1} \ k_{s1}]^T$ durch Anpassung des umlauf-frequenten Signals \mathbf{Cx} an einen Satz von Messwerten \mathbf{q} mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (Bild 4.4 oben) mit der folgenden Zielfunktion:

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Cx} - \mathbf{q}\|^2 \Rightarrow \mathbf{x} = [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{q} = [k_{c1} \ k_{s1}]^T \text{ mit } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} x^c(t_1) & x^s(t_1) \\ \vdots & \vdots \\ x^c(t_n) & x^s(t_n) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Wird die Messung der Auslenkungen nicht mit der Spitze des Referenzsignals (Drehzahlimpuls p) getriggert, so müssen vor der Bestimmung der Fourierkoeffizienten beide Signale zeitsynchronisiert werden. Dazu werden die folgenden Referenzsignale

$$x^s(t) = \sin(\Omega[t - t_0]) \text{ und } x^c(t) = \cos(\Omega[t - t_0]) \quad (4.6)$$

anstelle von Gl. (4.1) benutzt. Dabei ist t_0 der zeitliche Abstand zwischen dem Beginn der Messung und der Spitze des Referenzsignals.

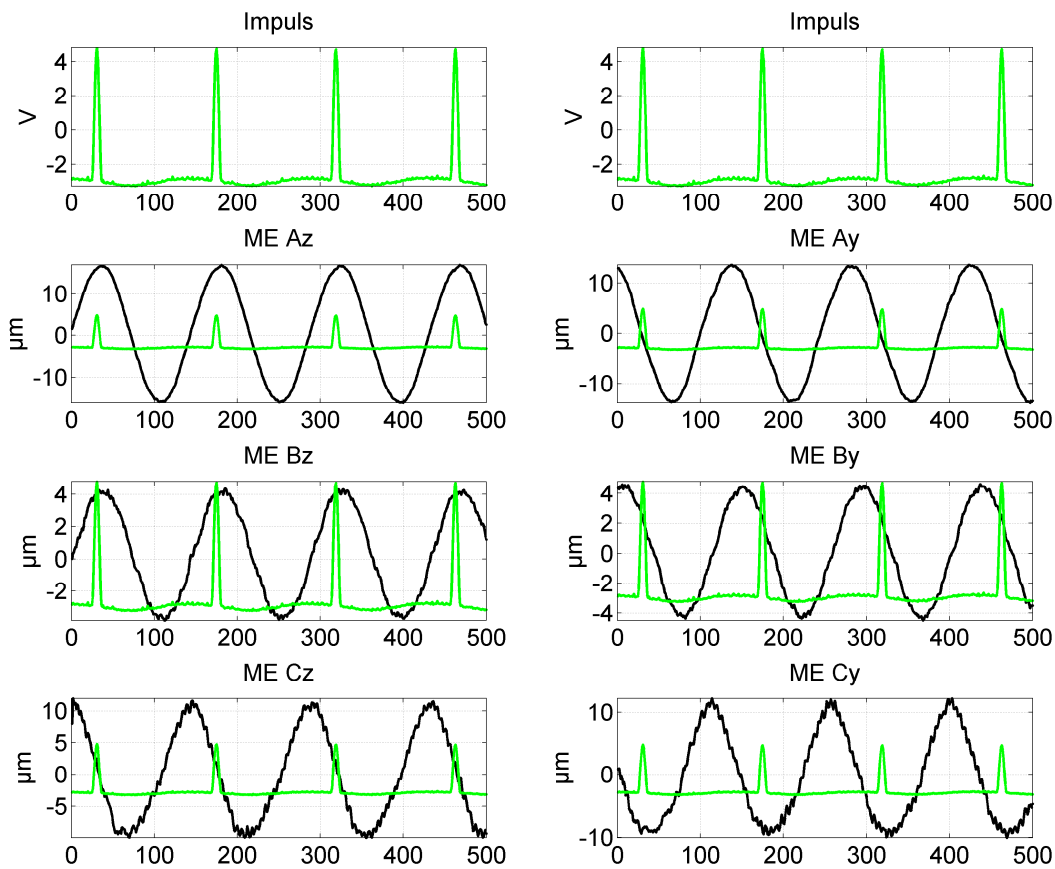


Bild 4.3: Gemessene Schwingungssignale in μm und Impulssignal in V

Man erhält schließlich mit den ermittelten Fourierkoeffizienten die Amplitude

$|q_{ME}|$ und die Phase ϕ der gemessenen Auslenkung gegenüber der Marke des magnetischen Sensors auf dem Rotor (Spitze des Pulssignals) mit Gl. (4.7):

$$q(t) = |q| \cos(\Omega t - \phi) = k_{C1} \cos(\Omega t) + k_{S1} \sin(\Omega t)$$

$$\text{mit } |q| = \sqrt{k_{C1}^2 + k_{S1}^2} \text{ und } \phi = \begin{cases} \arctan(k_{S1}/k_{C1}), & \text{wenn } k_{S1} > 0 \\ \arctan(k_{S1}/k_{C1}) + \pi, & \text{wenn } k_{S1} < 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

Die Genauigkeit der Phasenmessung hängt hierbei wesentlich von der exakten Ermittlung der Rotordrehzahl Ω und der Konstante t_0 und daher von der exakten Bestimmung der Spitze des Pulssignals ab.

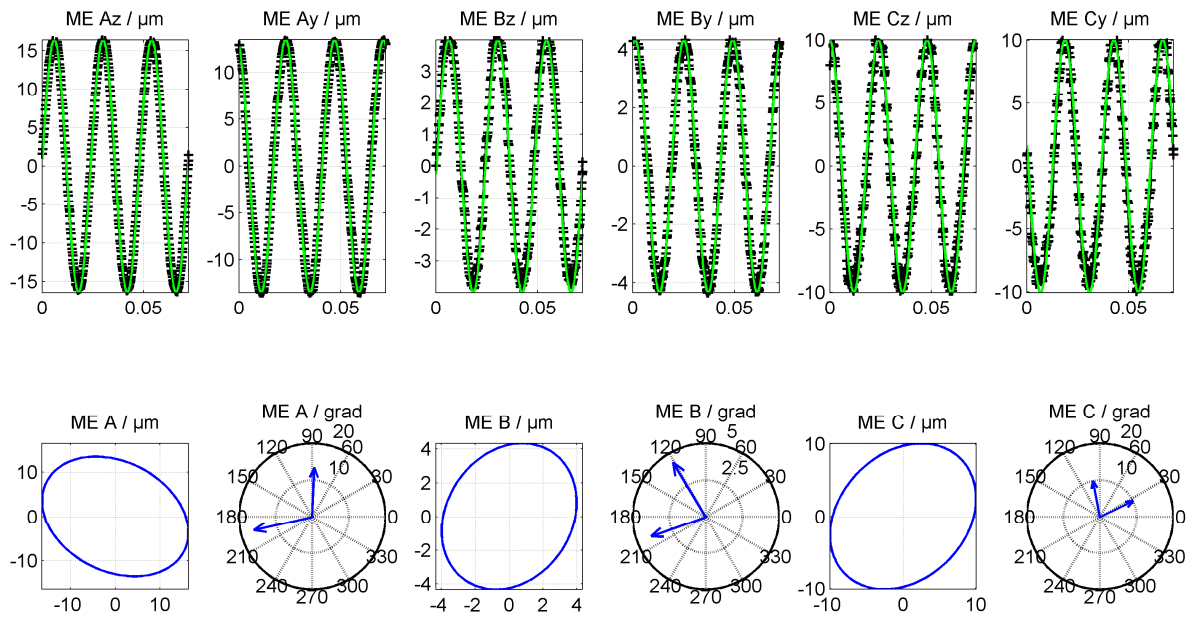


Bild 4.4: (oben) Gemessene (dunkel/+) und identifizierte (hell/-) drehzahlsynchrone Schwingungen in μm nach der Anpassung mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, (unten) ermittelte Kreisbahnen (in μm) sowie Betrag (in μm) und Phase (in grad) der dreh synchronen Schwingungen entsprechend Bild 4.3

Im Betrieb haben meist die Auslenkungen in den radialen Richtungen unterschiedliche Amplitude (elliptische Bahnen) (Bild 4.4 unten). Aus diesem Grund sollen zur Unwuchtberechnung die Auslenkungen in der Richtung herangezogen werden, in der die Amplituden am größten sind. Aus einem Vergleich der Amplituden der Lagerauslenkungen $|q_{Az}|$, $|q_{Ay}|$, $|q_{Bz}|$ und $|q_{By}|$ wird die Wuchtindikatorrichtung festgelegt:

$$\begin{aligned} & \text{if } (|q_{Az}| > |q_{Ay}| \ \& \ |q_{Bz}| > |q_{By}|) \text{ or } (|q_{Az}| > |q_{Ay}| \ \& \ |q_{Bz}| < |q_{By}| \ \& \ |q_{Az}| \\ & \quad > |q_{By}|) \text{ or } (|q_{Az}| < |q_{Ay}| \ \& \ |q_{Bz}| > |q_{By}| \ \& \ |q_{Ay}| < |q_{Bz}|) \end{aligned} \quad (4.8)$$

→ Wuchtindikatorrichtung = z, andernfalls → Wuchtindikatorrichtung = y

4.1.3 Strategie zur Festlegung der zulässigen Auslenkungsamplitude

Zur Festlegung der Wuchtdrehzahlen bzw. zur An- und Abschaltung der Aus- und Nachwuchtroutine (siehe Bild 4.1 und Bild 2.15) wird eine zulässige Schwingungsamplitude wie in [22] als Kriterium festgelegt. Möchte man ohne Interaktion mit einem Maschinenbediener die Vorgabe oder Anpassung dieses Toleranzwertes im Betrieb realisieren, so soll dieser automatisch von einem Algorithmus durchgeführt werden. Dieser Abschnitt befasst sich daher mit einer Strategie zur automatischen Festlegung der zulässigen Auslenkungsamplitude.

Man könnte den Toleranzwert sehr niedrig setzen, um zu gewährleisten, dass nur kleine Schwingungen im Betrieb erreicht werden. Jedoch existieren nach jedem Auswuchtzyklus immer Restschwingungen ($|\mathbf{q}^r| \neq 0$) entsprechend Gl. (2.97), die die Toleranzschwelle nach unten begrenzen. Diese Restschwingungen werden hauptsächlich durch Messfehler ($Q_{\text{Messfehler}}$) oder durch Restunwuchten ($Q_{\text{Restunwuchten}}$) verursacht. Der Messfehler hängt hierbei von der Empfindlichkeit und Linearität der Messeinrichtung sowie von der Genauigkeit des Schwingungsmessverfahrens ab. Daneben gibt es auch andere Faktoren wie nichtdrehzahlsynchrone Schwingungen, Rotorlagerung, Drehzahlschwankungen von Antrieb, thermische Einflüsse oder Nichtlinearitäten. Der Messfehler ist daher bei jeder Schwingungsmessung immer präsent. Er führt beim Auswuchten aufgrund der Fehlerfortpflanzung dazu, dass der Initialunwuchtvektor \mathbf{U}_0 nie genau identifiziert wird [56]. Es verbleibt demzufolge immer nach jedem Unwuchtausgleich eine Restunwucht, die um so größer ist, je größer die Auflösung des AA ist.

Die zulässige Auslenkungsamplitude Q_{zul} kann mit diesen Erkenntnissen folgendermaßen definiert werden:

$$Q_{\text{zul}} \geq |\mathbf{q}_{\text{max}}^r| = \max|\mathbf{q}^r| = Q_{\text{Messfehler}} + Q_{\text{Restunwuchten}} \quad (4.9)$$

Zu Beginn der Auswuchtprozedur vor dem ersten Wuchtvorgang kann jedoch aufgrund nicht existierender Restunwuchten ($Q_{\text{Restunwuchten}} = 0$) folgende Festlegung gemacht werden:

$$Q_{\text{zul}}^{r=1} = Q_{\text{zul,init}} = \kappa Q_{\text{Messfehler}} \text{ mit } \kappa > 1 \quad (4.10)$$

Dabei ist $Q_{\text{zul,init}}$ der kleinste erreichbare Toleranzwert. Er hängt vor allem von dem Messfehler ab. Die zulässige Schwingungsamplitude lässt sich auch alternativ nach ISO 11342 ([78], [44]) aus einer vorgegebenen Wuchtgüte G von DIN ISO 1940 und aus einer festgelegten Betriebsdrehzahl Ω_B mit der folgenden Formel er-

mitteln:

$$Q_{\text{zul,init}} = \frac{0.6 G}{\Omega_B} \quad (4.11)$$

Es ist sinnvoll, einen relativ großen Initialtoleranzwert zu wählen, zum einen um die Anzahl der Wuchtvorgänge und damit die Zeitdauer des Wuchtprozesses zu reduzieren, und zum anderen aufgrund einer besseren Abschätzung der Ausgleichunwucht bei großen Auslenkungen, da der relative Anteil des Messrauschens bei kleinen Auslenkungen am größten ist.

Im Betrieb ist eine Anpassung von Q_{zul} an den kleinsten erreichbaren Schwingungspegel $|q_{\text{max}}^r|$ erforderlich, um ein Hängenbleiben des Hochlaufs aufgrund des nicht weiter reduzierbaren Schwingungsniveaus zu vermeiden. Eine Strategie zur automatischen Anpassung von Q_{zul} an die Restschwingungen im Betrieb lautet wie folgt:

$$Q_{\text{zul}}^{r+1} = \begin{cases} \kappa |q_{\text{max}}^r|, & \text{wenn } \{|q_{\text{max}}^r| > Q_{\text{zul}}^r \text{ und } |U_{\text{AA,soll,n}}^r| > |U_{\text{AA,max}}|\} \\ Q_{\text{zul,init}}^r, & \text{wenn } \{|q_{\text{max}}^r| < Q_{\text{zul}}^r \} \end{cases} \quad (4.12)$$

Oberer Teil von Gl (4.12) gilt, wenn die Restschwingungen bei gesättigten Auswuchtaktoren nach einem Auswuchtzyklus immer noch größer als der bisherige Toleranzwert sind. Mit dem unteren Teil von Gl (4.12) wird durch seine Reinitialisierung vermieden, dass Q_{zul} beliebig groß wird. Da der Betrag der modalen Initialunwucht bei elastischen Rotoren sich mit den Eigenformen ändert (modale Unwucht, Gl. (1.7)), können sich die erforderlichen Wuchtkapazitäten im Betrieb so ändern, dass die vorher gesättigten Auswuchtaktoren nicht mehr überfordert sind. Sie haben demzufolge das Potenzial die Auslenkungen weiter zu reduzieren. Mit dem unteren Teil von Gl (4.12) wird aufgrund der Eigenformänderungen nach einem erfolgreichen Wuchtvorgang der Toleranzwert reinitialisiert.

Sonderfall

Auswuchtungen bei schwach gedämpften kritischen Drehzahlen sollen grundsätzlich vermieden werden. Zum einen ist der Rotor bei diesen Drehzahlen sehr empfindlich und kann durch Testläufe leicht destabilisiert werden. Zum anderen verursachen die auftretenden Drehzahlschwankungen bei einer kritischen Drehzahl große Messfehler, sodass Amplituden und Phasen der Auslenkungen nicht genau bestimmt werden können [56]. Es treten folglich bei der Unwuchtkompensation große Restunwuchten aufgrund einer fehlerhaften Bestimmung der Initialunwuchten auf. Die weiteren Konsequenzen sind, dass die Auslenkungen größer werden und

somit zu einer Nichtlinearität der Magnetlager führen können. Im Fall, dass eine Wuchtdrehzahl (WD) mit einer schwach gedämpften kritischen Drehzahl ω_i zusammenfällt, muss daher diese Wuchtdrehzahl vom Programm dicht vor der kritischen Drehzahl zurückgestellt werden. Nach erfolgreicher Auswuchtung soll die schwach gedämpfte kritische Drehzahl dann übersprungen und notfalls nochmals nach der kritischen Drehzahl gewuchtet werden:

$$WD = \begin{cases} \omega_i - \Delta\omega, & \text{wenn } \omega_i - \Delta\omega < WD < \omega_i \\ \omega_i + \Delta\omega, & \text{wenn } \omega_i < WD < \omega_i + \Delta\omega \end{cases} \quad (4.13)$$

Die Lage der kritischen Drehzahlen ω_i müssen daher durch Voruntersuchungen bestimmt und die Breite $\Delta\omega$ des kritischen Bereichs abgeschätzt werden. Bei der Grundeinstellung des Betriebswuchtprogramms (siehe Tabelle 5.2 im Abschnitt 5.2) sollen anschließend diese Parameter dem Programm bekannt gegeben werden.

Am kritischsten für die automatische Auswuchtstrategie sind unempfindliche Drehzahlbereiche in der Nähe einer Eigenfrequenz. So ein Fall **muss unbedingt** durch eine optimale Platzierung der Auswuchtaktoren in dem zu beeinflussenden Drehzahlbereich vermieden werden.

4.1.4 Strategie zur intelligenten Testunwuchtgenerierung

Das Ziel der Testunwuchtgenerierung bzw. der Testläufe beim Auswuchten ist die Ermittlung der Systemdynamik mit der so genannten Einflusszahlenmatrix bei stationären Messdrehzahlen (Abschnitt 2.4.3). Schlechte Testläufe führen dabei entweder zu großen Schwingungsausschlägen oder zu einer schlechten konditionierten Einflusszahlenmatrix. Sie führen letztendlich zu einer Wiederholung des Auswuchtvorganges und erhöhen daher den zeitlichen Aufwand des Wuchtprozesses. Um dies zu vermeiden, sollen die Testläufe mit geeigneten Testgewichten durchgeführt werden. Das Ziel hierbei ist es, eine bestimmte relative Abweichung Δq zwischen den Auslenkungen des Nulllaufs und den Auslenkungen der Testläufe gemäß Gl. (4.14) zu erreichen.

Nach Gl. (2.92) wird eine Testunwucht dadurch

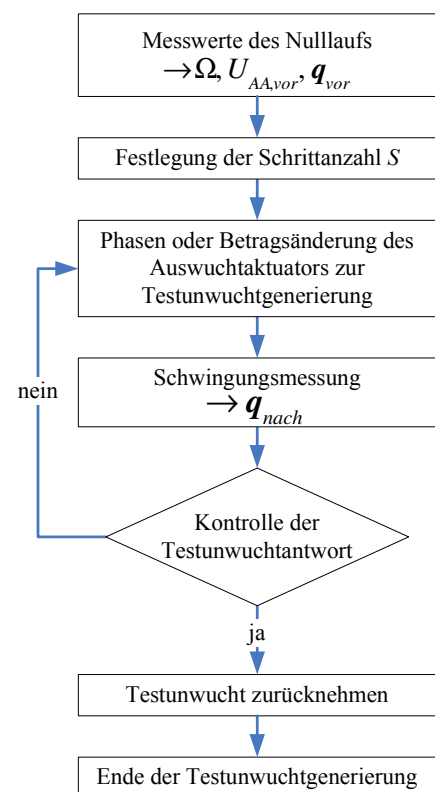


Bild 4.5: Strategie zur Testunwuchtgenerierung

generiert, dass ein Auswuchtaktor von einer definierten Position $U_{AA,vor} = U_{AA,r-1}$ in eine andere $U_{AA,nach} = U_{AA,r}$ verstellt wird. Hierbei können sowohl eine Betrags- als auch eine Phasenänderung des zu verstellenden Auswuchtaktors stattfinden. Eine Phasenänderung wird vorgenommen, wenn die beiden Ringe des Auswuchtaktors in die gleiche Richtung um die gleiche Anzahl von Schritten S verstellt werden (Gl. (2.27)) (beide Ringe bewegen sich also vorwärts oder rückwärts). Eine Betragsänderung findet statt, wenn die Ringe in die gegenüberliegende Richtungen verstellt werden (ein Ring bewegt sich vorwärts und der andere rückwärts).

Eine Strategie zur intelligenten Testunwuchtgenerierung ist in Bild 4.5 zu sehen. Der Auswuchtaktor wird solange verstellt, bis die folgende Bedingung an allen Sensorebenen erfüllt ist:

$$\left| |q_{nach,m}| - |q_{vor,m}| \right| / |q_{vor,m}| \geq \Delta q, m = 1 \dots M \quad (4.14)$$

Im ersten Schritt wird die Schrittzahl S zur Verstellung des gewählten Auswuchttrings (Gl. (4.15)) festgelegt:

$$S = \begin{cases} S_{\text{klein}}, & |\Omega - \omega_i| < 2\Delta\omega \\ S_{\text{groß}}, & |\Omega - \omega_i| > 2\Delta\omega \end{cases} \quad (4.15)$$

Dazu findet das Programm heraus, ob die Drehzahl in der Nähe einer kritischen Drehzahl ω_i bzw. im kritischen Bereich $2\Delta\omega$ liegt. Ist dies der Fall, wird die Schrittzahl klein gewählt ($S = S_{\text{klein}}$), um nicht zu große Auslenkungen am Rotor zur Folge zu haben. Ansonsten wird die Schrittzahl S groß gesetzt ($S = S_{\text{groß}}$).

Mit der festgelegten Schrittzahl und dem maximalen Unwuchtbetrag eines AA $|U_{AA,max}|$ sowie der gegenwärtigen Position des zu verstellenden Auswuchtaktors U_{AA} legt das Programm im zweiten Schritt fest, ob eine Betrags- oder eine Phasenänderung zur Testunwuchtgenerierung vorgenommen werden soll:

$$\text{Testunwuchtgenerierung} = \begin{cases} \text{Phasenänderung, wenn } |U_{AA}| > |U_{AA,max}| \\ \text{Betragsänderung, wenn } |U_{AA}| < |U_{AA,max}| \end{cases} \quad (4.16)$$

Eine Betragsänderung findet statt, wenn der momentan generierte Unwuchtbetrag kleiner als der maximale Unwuchtbetrag ($|U_{AA}| < |U_{AA,max}|$) ist. Ist dies nicht der Fall findet eine Phasenänderung statt.

Nach der Verstellung des Auswuchtaktuators in die neue Position liest das Programm im dritten Schritt die Auslenkungsamplituden $|q_{nach}|$ neu und führt eine Kontrolle anhand Gl. (4.14) durch. Das Ergebnis dieser Kontrolle bestimmt, ob die Testunwucht erfolgreich generiert wurde.

Nach erfolgreicher Testunwuchtgenerierung wird die generierte Testunwucht

dadurch zurückgenommen, dass der jeweilige AA zurückgestellt wird (Abschnitt 2.4.3.2).

4.2 Theoretische Untersuchung in der Simulation

Hierbei geht es um die Umsetzung der Auswuchtprozedur in Matlab/Simulink und um die anschließende Untersuchung und Optimierung in der Simulation. Während der Simulation sollen die nachfolgend genannten Punkte durchgearbeitet werden:

- Überprüfung der Machbarkeit der automatischen Auswuchtprozedur, Gewinnung eines tieferen Einblicks in die physikalischen Zusammenhänge und Feststellung der möglichen Probleme im Vorfeld.
- Einfluss der diskreten Raststellungen und begrenzten Kapazität der AA, Einfluss von Messrauschen, Drehzahlschwankungen und Einfluss der Drehbeschleunigung.
- Ermittlung einer optimierten und praktikablen Auswuchtprozedur, die auf den realen Prüfstand ohne große Modifikationen übertragen werden kann.

Zur Überprüfung der Machbarkeit der Strategie und der Einflüsse der oben genannten Parameter werden die vier folgenden Fälle aus Tabelle 4.1 bei diversen Hochlaufarten mit und ohne Aktivität der Auswuchtaktoren gegenübergestellt.

Fall	Auswuchtaktor	Messbedingungen	Hochlaufart bei allen Fällen
Fall 1	ideal	ideal	Hochlauf – Neutralbetrieb Hochlauf – Lernphase Hochlauf – Betriebsphase
Fall 2	ideal	reale	
Fall 3	real	ideal	
Fall 4	real	real	

Tabelle 4.1: Untersuchungsfälle

Unter einem idealen AA soll ein AA mit unbegrenzter Unwuchtkapazität und mit stufenloser Verstellung (ohne Raststellungen) verstanden werden. Ideale Bedingungen liegen vor, wenn kein Messrauschen und keine Drehzahlschwankungen vorhanden sind. Zur Untersuchung des Rauscheneinflusses wird ein ideales weißes Rauschen mit einer Standardabweichung von $5e-7$ m verwendet. Die Drehzahlschwankungen werden mit einem Rauschen mit einer Standardabweichung von 10 1/min nachgebildet. Der Hochlauf-Neutralbetrieb bezeichnet einen Hochlauf, bei dem die AA auf Neutralstellung sind.

Das reduzierte Rotormodell besteht aus acht Stützstellen (siehe Abschnitt 3.1.1.1, Modellreduktion). Für jede Stützstelle wird eine zufällige Unwucht als komplexe Zahl für Betrag und Phase vorgegeben, um die Initialunwuchten des Rotors nachzubilden. Da der Rotor eine Masse von ca. 26 kg hat und acht Stützstellen besitzt, wird pro Stützstelle eine Masse von ca. $m_s = 26/8$ kg angenommen. Dies entspricht bei einem Fertigungsfehler von $\varepsilon_s = 10 \mu\text{m}$ eine durchschnittliche Initialunwucht von $U_{s,\text{max}} = m_s \varepsilon_s = 32.5 \text{ gmm}$ pro Stützstelle (Bild 4.6). Die imaginären und reellen Anteile der Initialunwuchten in Bild 4.6 sind skalierte Beträge und tragen daher keine Einheiten.

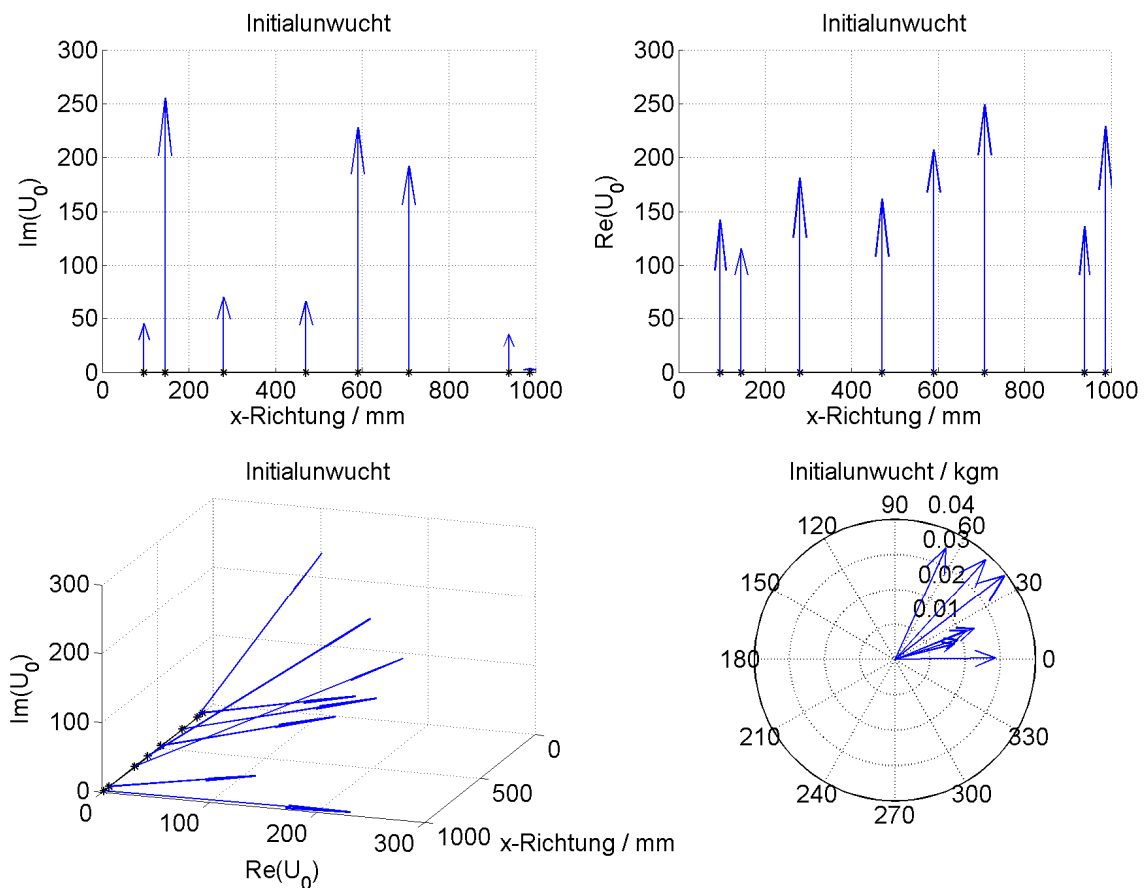


Bild 4.6: Angenommene Initialunwucht des Rotors

Aufgrund der Übersichtlichkeit werden die Simulationsergebnisse mit $Q_{\text{zul,init}} = 3 \mu\text{m}$, $\Delta q = 5 \%$ (siehe Gl. (4.14)) und $\kappa = 1.2$ (siehe Gl. (4.12)) nur bis 4500 1/min dargestellt. In diesem Drehzahlbereich liegen die drei ersten Biegeeigenfrequenzen des magnetgelagerten Rotors (siehe Abschnitt 3.1.1.4).

Die Simulation erfolgt in der Lernphase wie folgt:

1. Es findet ein Hochlauf statt, bis zum Zeitpunkt an dem der Toleranzwert über-

schritten wird. Dann wird die Simulation gestoppt und die Drehzahl erfasst. Diese Drehzahl wird als Wuchtdrehzahl festgelegt.

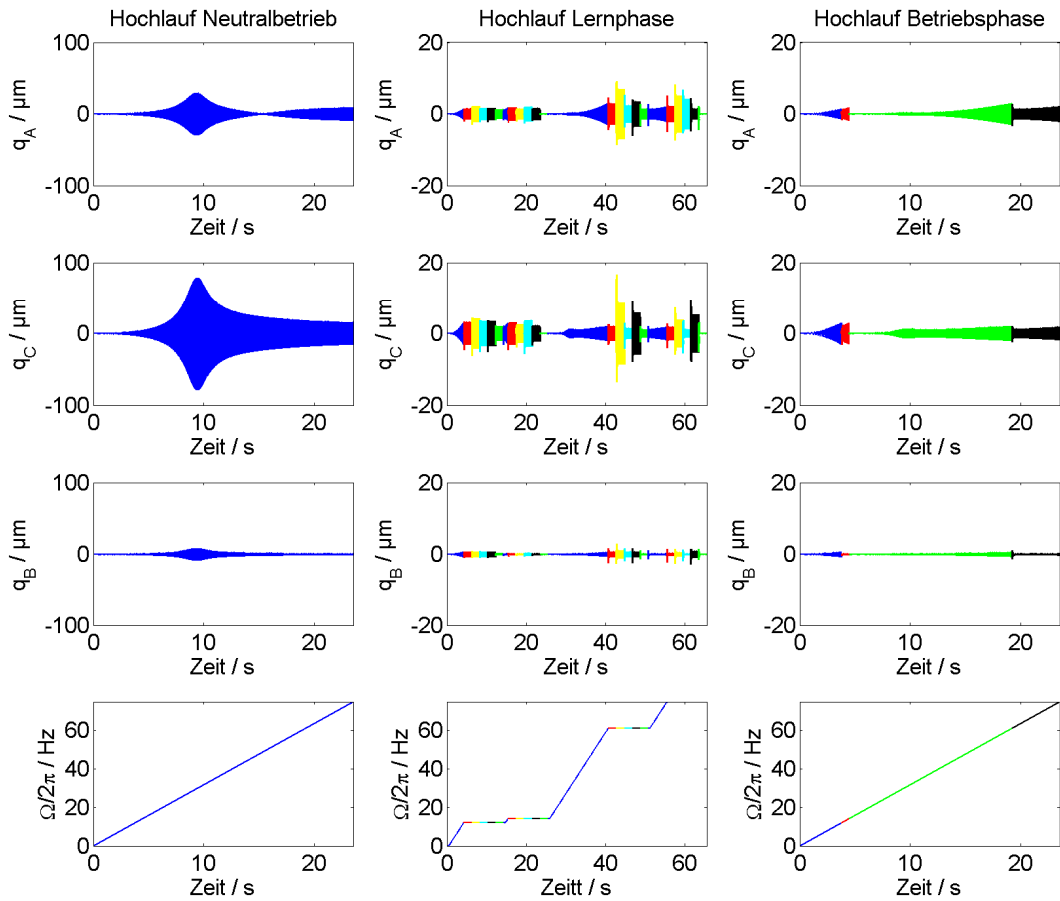
2. Anschließend wird die Simulation mit der konstanten festgelegten Wuchtdrehzahl neu gestartet. Dabei werden die notwendigen Messläufe zur Unwuchtidentifikation durchgeführt. Nach jedem Messlauf von 2 Sekunden wird die Simulation gestoppt, um neue Simulationsparameter wie Testunwucht dem Programm zu übergeben.
3. Nach der Unwuchtidentifikation findet abschließend ein Kontrolllauf mit den identifizierten Ausgleichunwuchten statt. Bei erfolgreichem Kontrolllauf beginnt das Programm wieder bei Punkt 1 und setzt damit den Hochlauf fort.

In der Betriebsphase findet ein Hochlauf jeweils bis zu den festgelegten Wuchtdrehzahlen statt. Bei jeder Wuchtdrehzahl wird die Simulation gestoppt, um dem Programm neue Wuchtsätze zu übergeben.

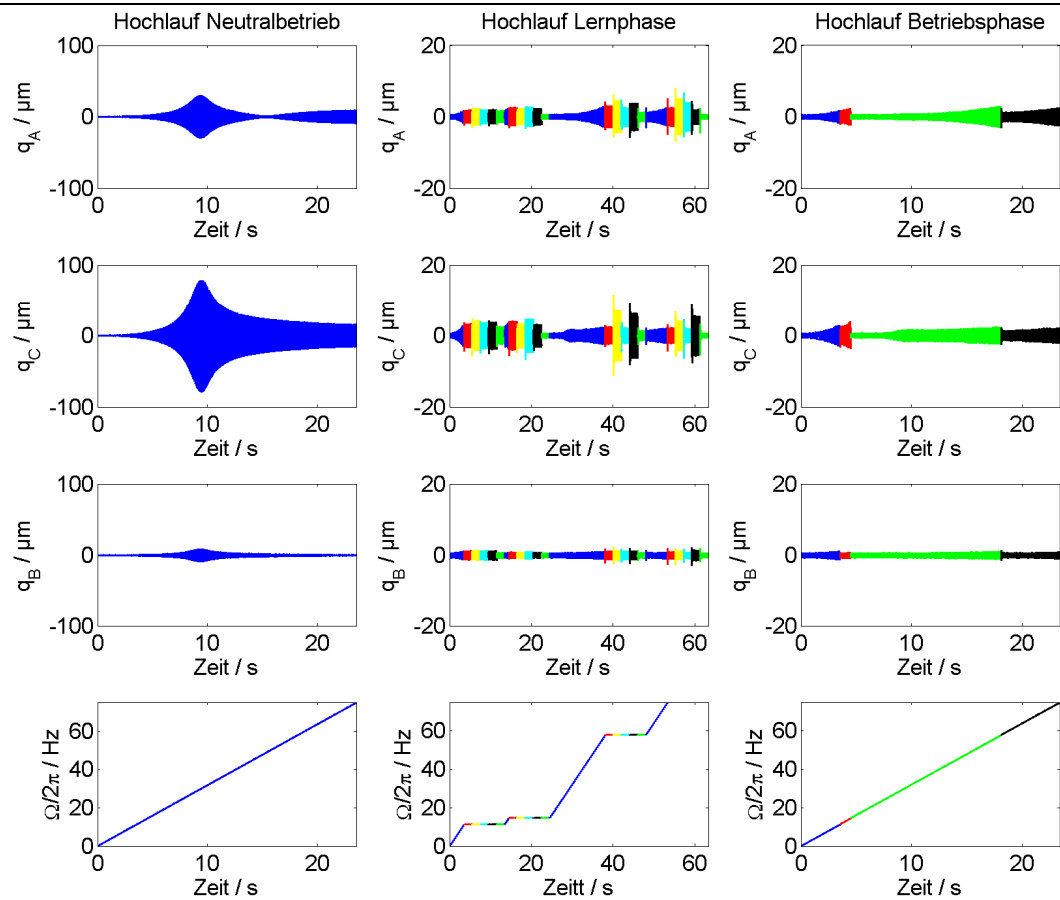
4.2.1 Simulationsergebnisse

Aufgrund der oben erwähnten Simulationsabbrüche um neue Simulationsparameter dem Program zu übergeben, treten Eigenschwingungen des Systems (die Spitze in Bild 4.7 bei der Hochlauf-Lernphase und bei der Hochlauf-Betriebsphase) wegen neuer Initialbedingungen auf. Diese Eigenschwingungen klingen aber aufgrund der Systemdämpfung wieder schnell ab (in weniger als 0,2 Sekunden), sodass nur die unwuchterregten Schwingungen übrig bleiben. Es bleiben dem Programm dann ca. 1,8 Sekunden Zeit, um die Amplitude und Phase der drehzahlsynchronen Schwingungen während eines Messlaufes zu ermitteln.

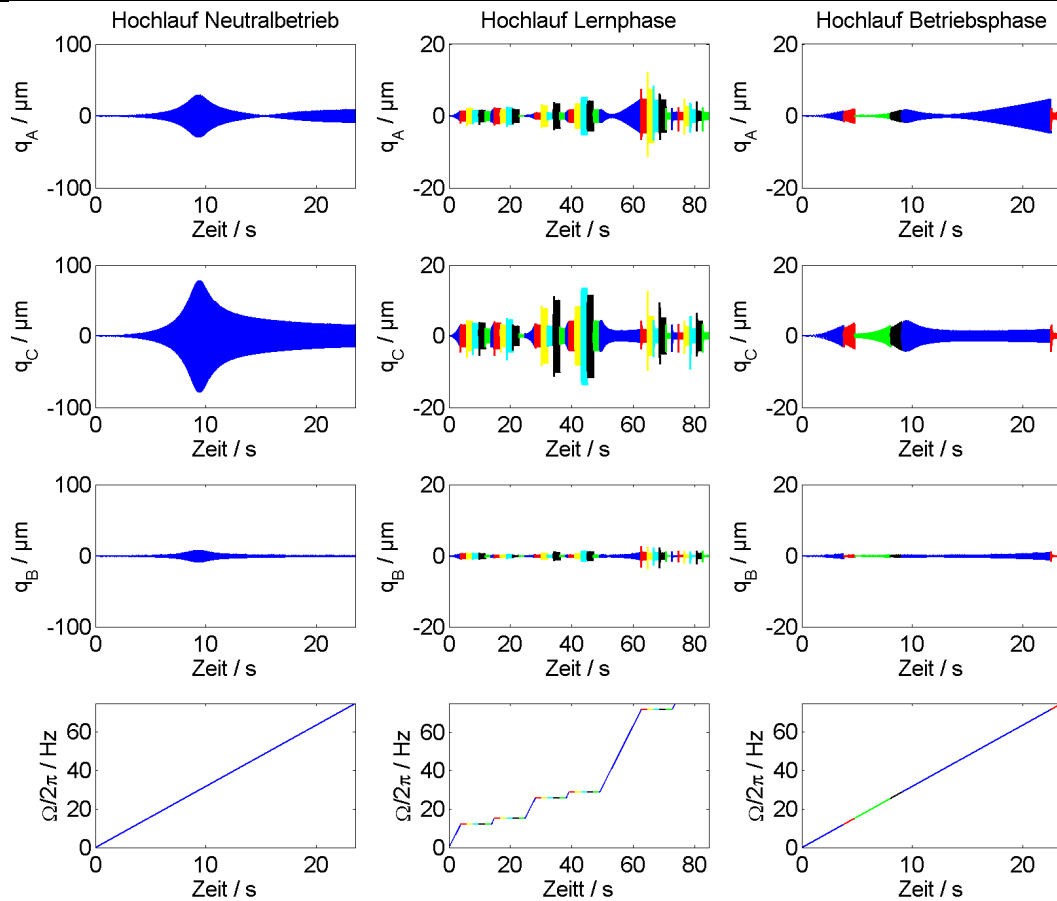
Fall 1



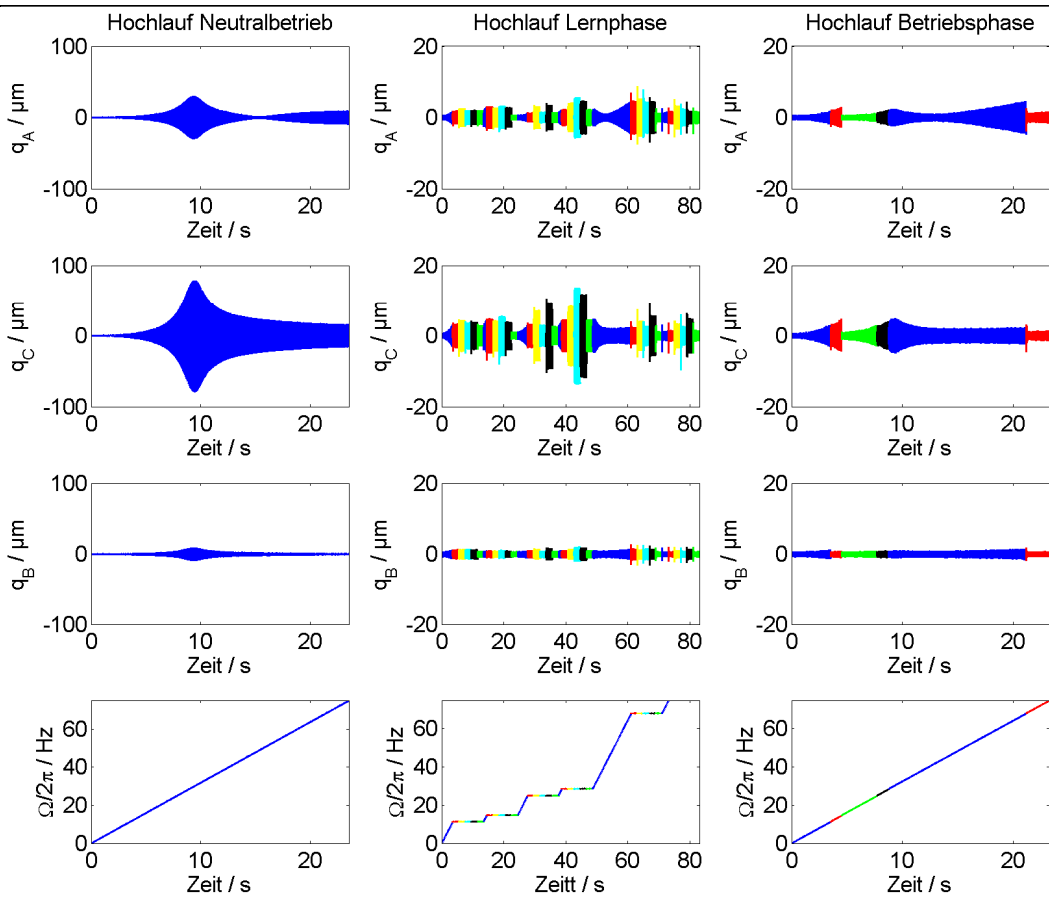
Fall 2



Fall 3



Fall 4



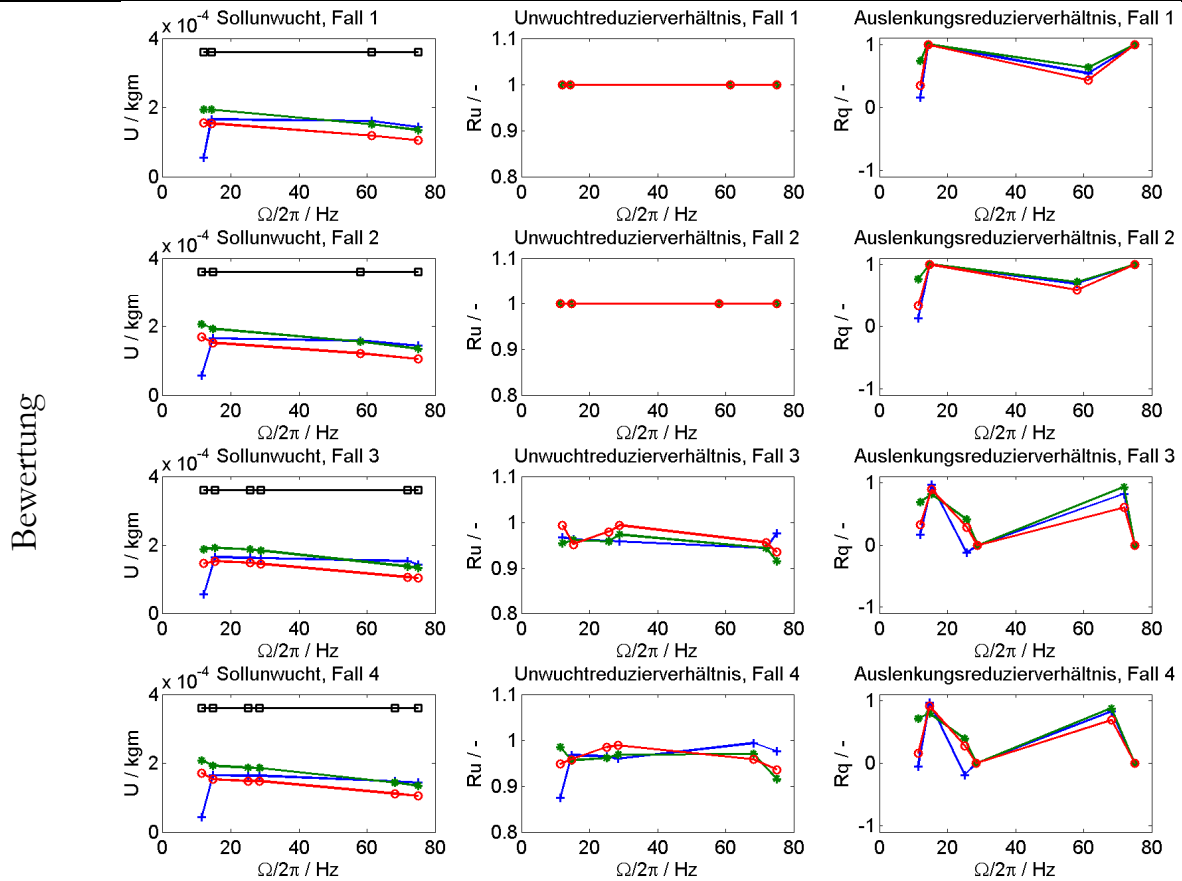


Bild 4.7: Simulationsergebnisse mit $Q_{zul,init} = 3\mu m$, $\Delta q = 5\%$, $\kappa = 1.2$

4.2.2 Diskussion

Aus den Simulationsergebnissen (Bild 4.7, Fall1 bis Fall 4) lässt sich die Machbarkeit, die Funktionalität sowie die Effizienz der Strategie bei der Schwingungskontrolle bis zur Betriebsdrehzahl von 4500 1/min erkennen. Während bei einem Hochlauf-Neutralbetrieb große Auslenkungen aufgrund der Initialunwuchten des Rotors vor allem in den kritischen Drehzahlen entstehen, überschreiten die Auslenkungen bei der Hochlauf-Betriebsphase im gesamten Drehzahlbereich nicht die festgelegte und meist adaptierte Toleranzgrenze. In der Lernphase (bei allen 4 Fällen) werden bei Überschreitung des Toleranzwertes die Wuchtdrehzahlen automatisch festgelegt und anschließend eine Auswuchtroutine durchgeführt. Nach einer erfolgreichen Reduktion der Schwingungen wird der Hochlauf bis zur nächsten Wuchtdrehzahl fortgesetzt und der Vorgang ggf. mehrmals bis zur Betriebsdrehzahl wiederholt.

In der Betriebsphase werden (bei allen 4 Fällen) die bei der Lernphase berechneten und gespeicherten Wuchtsätze benutzt, um die Schwingungen bei den festgelegten Wuchtdrehzahlen mittels *gain scheduling* zu reduzieren. Dadurch wird zum

einen der Wuchtprozess beschleunigt und zum anderen bleiben die Auslenkungen im gesamten Drehzahlbereich, auch bei den kritischen Drehzahlen, unter dem festgelegten Toleranzwert. Bei der Hochlauf-Lernphase wird aufgrund von Testunwuchten während den Testläufen der Toleranzwert öfter überschritten.

Mit idealen AA (Fall 1 und Fall 2) können die Initialunwuchten vollständig kompensiert werden (Restunwucht ist null, $R_u = 1$). Dadurch wird der eingestellte Initialtoleranzwert im gesamten Drehzahlbereich eingehalten. Mit realen AA (Fall 3 und Fall 4) muss jedoch, wie erwartet, der Toleranzwert im Betrieb aufgrund der nicht vollständig kompensierten Initialunwuchten ($R_u \neq 1$) adaptiert werden, da die Restunwuchten in der Nähe der kritischen Drehzahlen, dort wo der Rotor stark empfindlich ist, relativ große Auslenkungen (Restschwingungen) verursachen können. Diese Tatsache zeigt nochmals, wie wichtig eine Strategie zur Adaption des Toleranzwerts im Betrieb in der Praxis ist. Aufgrund der Restunwuchten im Fall 3 und im Fall 4 werden die schlechtesten Ergebnisse trotz genügend Wuchtkapazität der AA erzielt.

Anhand des Vergleichs vom Fall 1 mit Fall 2 bzw. vom Fall 3 mit Fall 4 erkennt man, dass das Messrauschen und die Drehzahlschwankungen nur einen geringen Einfluss auf die Bestimmung der Amplituden und Phasen der gemessenen Auslenkungen haben. Diese vernachlässigbaren Einflüsse sind vermutlich auf die hohe Robustheit des eingesetzten Auswerteverfahrens (Frequenzgangsanalysator von Abschnitt 4.1.2) zurück zu führen. Größere Einflüsse könnten andere Effekte wie Nichtlinearitäten, nicht drehzahlsynchrone Anregungen, Kupplungseffekte etc. ([56], [78]) haben, die aber hier in der Simulation nicht berücksichtigt wurden, am Prüfstand jedoch präsent sind. Mit Rauschen und Drehzahlschwankungen sowie Restunwuchten ändert sich dennoch die Wuchtgüte im Betrieb, sodass die Wuchtdrehzahlen anders festgelegt werden (siehe Tabelle 4.2).

Eine theoretische Untersuchung des Einflusses der Drehbeschleunigung auf die automatische Auswuchtstrategie zeigt Folgendes: Je kleiner die Drehbeschleunigung, desto besser funktioniert die Strategie in der Lernphase, da bei kleiner Drehbeschleunigung der Hochlauf zum Zweck eines Wuchtvorganges rechtzeitig gestoppt werden kann, wenn der Toleranzwert überschritten ist. Bei hohen Drehbeschleunigungen kann es sein, dass der Hochlauf bei Überschreitung der Toleranzgrenze aufgrund einer langsamen Reaktion des Datenverarbeitungs- und Steuersystems nicht rechtzeitig gestoppt wird. Es ist daher sinnvoll, die Drehbeschleunigung der Antriebseinheit an die Reaktionszeit des Datenverarbeitungs- und Steuersystems anzupassen. Die Betriebsphase kann jedoch mit hoher Drehbeschleunigung

erfolgen, da der Rotor zu den bei der Lernphase festgelegten Wuchtdrehzahlen angefahren und dort nachgewuchtet wird.

	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
Wuchtdrehzahl in Hz	12,069	11,408	12,069	11,408
	14,659	14,705	15,284	14,705
	54,562	53,120	25,139	25,871
	64,617	62,148	28,365	29,167
	75,000	71,651	60,554	60,908
		75,000	63,746	64,204
			75,000	67,724
				75,000

Tabelle 4.2: Wuchtdrehzahlen bei den vier Fällen

Während der Simulation wurde die Verstellodynamik der AA nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund konnte man während der Betriebsphase transient nachwuchten, d.h. eine Unwuchtkompensation bei Drehbeschleunigung ungleich Null vornehmen. In der Praxis (z.B. am Prüfstand) wird durch Berücksichtigung der langsamen Verstellodynamik der AA eine transiente Unwuchtkompensation nur begrenzt realisierbar sein, da die Ringe der AA sowie die AA selbst sich nur sequentiell oder quasi-parallel verstellen lassen. Abschließend wurden in der Simulation Wuchtvorgänge in den Resonanzen zugelassen, in der Praxis sollte dies auf jeden Fall ausgeschlossen sein, vor allem wenn die kritischen Drehzahlen schwach gedämpft sind.

Im Anhang B sind weitere Simulationsergebnisse mit dem optimierten Regler zu sehen (Bild A 2).

5 EXPERIMENTELLE VALIDIERUNG AM VERSUCHSSTAND

Um die Praxistauglichkeit der entwickelten Auswuchtprozedur unter Beweis zu stellen und Erfahrungen mit ihrer Anwendung für einen zukünftige Einsatz in der industriellen Praxis zu sammeln, soll die Methodik an einem realen System angewendet werden.

Die Erprobung und Validierung der entwickelten Auswuchtstrategie am Prüfstand lassen sich durch die Durchführung des nachfolgenden Versuchsplans konkretisieren:

- Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Systeme am Versuchsstand.
- Erprobung der Strategie in der Lernphase (Auswuchten) und in der Betriebsphase (Nachwuchten) beim Wuchten mit zwei Wuchtebenen zur Lagerberuhigung.
- Bewertung der automatischen Auswuchtstrategie anhand der erreichten Zeitdauer des Wuchtprozesses.

5.1 Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Systeme am Prüfstand

Die Reproduzierbarkeit der Messungen stellt neben der Linearität des Rotorsystems die Hauptvoraussetzung zur Anwendbarkeit des automatischen Auswuchtprozesses dar. Ihre Untersuchung ist daher ein wichtiger Schritt vor der experimentellen Erprobung des automatischen Auswuchtprozesses.

Bei der Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Systeme am Prüfstand geht es um Folgendes:

- Antriebseinheit (Drehzahl): Wie gut kann die Drehzahl eingestellt werden?
- Auswuchtsysteme (Unwucht): Wie zuverlässig arbeitet das Auswuchtsystem?
- Schwingungsmessung (Auslenkungen): Mit welcher Streuung lassen sich Amplitude und Phase der drehzahlsynchronen Schwingungen erfassen? Wie reproduzierbar ist der Zusammenhang Auslenkung/Unwucht?
- Rotor (Hochlaufkurve und Auslaufkurve): Wie reproduzierbar sind die Hochlaufkurven bzw. ist das dynamische Verhalten des Rotors zeitveränderlich oder sind die bei der Lernphase ermittelten Wuchtsätze und Einflusszahlen wieder-

verwendbar? Sind Hoch- und Auslaufkurven gleich bzw. ist das Nachwuchten beim Auslauf prinzipiell möglich?

Zur Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Mess- und Steuersysteme am Prüfstand werden zwei Betriebsdrehzahlen ausgewählt (Tabelle 5.1). Bei diesen Drehzahlen werden 10 mal die Sollunwuchten ($U = 180 [e^{j\pi/3}, e^{j4\pi/3}, e^{j7\pi/3}, e^{j10\pi/3}]$ gmm) an jeder Wuchtebene angebracht. Nach jeder Verstellung eines AA in einer Wuchtebene wird die Ist-Drehzahl (über AE, AA und AML), die generierte Unwucht des verstellten AA sowie die entstehenden Beträge und Phasen der drehzahl-synchronen Schwingungen in y- und z-Richtung an jeder ME erfasst. Die Untersuchung der Reproduzierbarkeit bei höheren Drehzahlen ist aufgrund der Empfindlichkeit des Systems und höherer Fliehkräfte aufgrund der generierten Unwuchten sowie der Initialunwucht des Rotors nicht sinnvoll. Die 40 durchzuführenden Iterationen pro AA sollen nur zu einer groben Abschätzung der Reproduzierbarkeitsgüte dienen.

	Sollunwucht, WE_A $U_A/180 = \begin{bmatrix} 1e^{j\frac{\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{7\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{10\pi}{3}} \end{bmatrix} \text{ gm m}$	Sollunwucht, WE_B $U_B/180 = \begin{bmatrix} 1e^{j\frac{\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{7\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{10\pi}{3}} \end{bmatrix} \text{ gmm}$	Sollunwucht, WE_C $U_C/180 = \begin{bmatrix} 1e^{j\frac{\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{7\pi}{3}} \\ 1e^{j\frac{10\pi}{3}} \end{bmatrix} \text{ gmm}$
Soll-drehzahl $\Omega = \begin{bmatrix} 1500 \\ 2500 \end{bmatrix} 2\pi/60 \text{ 1/s}$	Ist-Drehzahl $\Omega_{\text{mess}} = \begin{bmatrix} \Omega_{AE} \\ \Omega_{AA} \\ \Omega_{AML} \end{bmatrix}$	Ist-Drehzahl $\Omega_{\text{mess}} = \begin{bmatrix} \Omega_{AE} \\ \Omega_{AA} \\ \Omega_{AML} \end{bmatrix}$	Ist-Drehzahl $\Omega_{\text{mess}} = \begin{bmatrix} \Omega_{AE} \\ \Omega_{AA} \\ \Omega_{AML} \end{bmatrix}$
	Ist-Unwucht $U_{A,\text{mess}} = [U_A e^{j\beta_A}]$	Ist-Unwucht $U_{B,\text{mess}} = [U_B e^{j\beta_B}]$	Ist-Unwucht $U_{C,\text{mess}} = [U_C e^{j\beta_C}]$
	Auslenkungen $q_{\text{mess},A} = \begin{bmatrix} q_{Az,A} e^{j\phi_{Az,A}} \\ q_{Ay,A} e^{j\phi_{Ay,A}} \\ q_{Bz,A} e^{j\phi_{Bz,A}} \\ q_{By,A} e^{j\phi_{By,A}} \\ q_{Cz,A} e^{j\phi_{Cz,A}} \\ q_{Cy,A} e^{j\phi_{Cy,A}} \end{bmatrix}$	Auslenkungen $q_{\text{mess},B} = \begin{bmatrix} q_{Az,B} e^{j\phi_{Az,B}} \\ q_{Ay,B} e^{j\phi_{Ay,B}} \\ q_{Bz,B} e^{j\phi_{Bz,B}} \\ q_{By,B} e^{j\phi_{By,B}} \\ q_{Cz,B} e^{j\phi_{Cz,B}} \\ q_{Cy,B} e^{j\phi_{Cy,B}} \end{bmatrix}$	Auslenkungen $q_{\text{mess},C} = \begin{bmatrix} q_{Az,C} e^{j\phi_{Az,C}} \\ q_{Ay,C} e^{j\phi_{Ay,C}} \\ q_{Bz,C} e^{j\phi_{Bz,C}} \\ q_{By,C} e^{j\phi_{By,C}} \\ q_{Cz,C} e^{j\phi_{Cz,C}} \\ q_{Cy,C} e^{j\phi_{Cy,C}} \end{bmatrix}$

Tabelle 5.1: Sollwerte bei der Reproduzierbarkeitsuntersuchung

Zur Beurteilung der Reproduzierbarkeitsgüte einer Beobachtungsreihe (x_1, \dots, x_N) der Länge N kann die *Standardabweichung* und der *Mittelwert* als Kriterium gewählt werden. Die Standardabweichung ist ein Maß für die Streuung der Werte einer Zufallsvariable um ihren Mittelwert. Sind die x_i unabhängig Zufallsvariable (Stichprobe), so wird die Standardabweichung s_x der Stichprobe mit der Formel

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [x_i - \bar{x}]^2} \quad (5.1)$$

geschätzt. Dabei ist N der Stichprobenumfang (Anzahl der Werte), x_i die Merkmalausprägungen am i -ten Element der Stichprobe und

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5.2)$$

der empirische Mittelwert. Die Kurzschreibweise für die Zufallsvariable x lautet dann:

$$x = \bar{x} \pm s_x \quad (5.3)$$

Zur graphischen Darstellung der Streuung der Messfehler wird hier die Dichte der Normalverteilung angesetzt. Hierbei ist von Bedeutung, wie viele Messpunkte innerhalb einer gewissen Streubreite liegen, die durch die Standardabweichung s_x beschrieben ist. Es gilt näherungsweise folgende Aussage:

- 68,27 % aller Messwerte haben eine Abweichung von höchstens s_x vom Mittelwert
- 95,45 % aller Messwerte haben eine Abweichung von höchstens $2s_x$ vom Mittelwert
- 99,73 % aller Messwerte haben eine Abweichung von höchstens $3s_x$ vom Mittelwert.

5.1.1 Drehzahl

Die Drehzahl wird insgesamt $3 \times 40 = 120$ Mal über die AE, AA und AML beim stationären Drehzustand erfasst (Bild 5.1).

Aus Bild 5.1 lässt sich feststellen, dass die Drehzahlerfassung über die AE die genaueste Methode darstellt. Zudem hat die Kupplung im stationären Drehzustand, vor allem bei der dargestellten Messdrehzahl, keinen großen Einfluss. Dies lässt sich daran erkennen, dass die Drehzahl über die AML oder AA mit der Solldreh-

zahl bzw. Ist-Motordrehzahl korreliert. Man kann daher den Schluss ziehen, dass die Drehzahlgüte für die zu untersuchende Auswuchtstrategie akzeptabel ist.

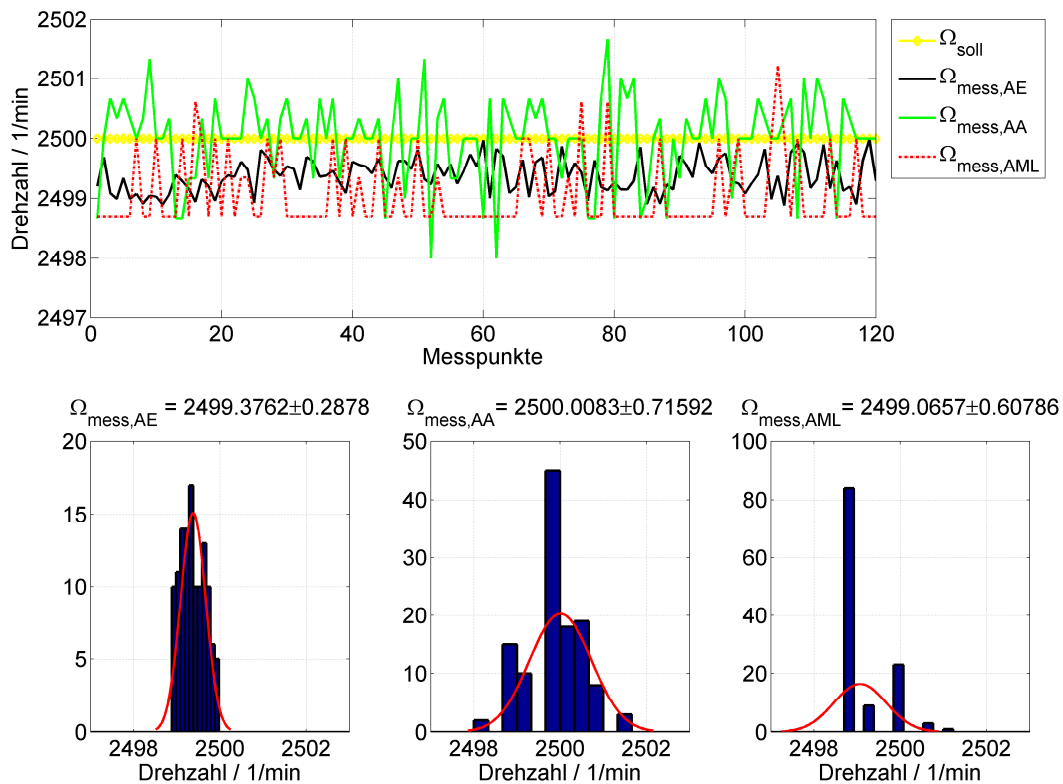


Bild 5.1: Gegenüberstellung der Ist- und Soll-drehzahl, Dichte der Normalverteilung der Ist-drehzahlen mit $\Omega_{\text{soll}} = 2 \pi 2500 / 60 \text{ 1/s}$

Bild 5.1 (unten links) zeigt darüber hinaus, dass die Amplituden- und Phasenmessung über die Drehzahlimpulse der AML (siehe Abschnitt 4.1.2) aufgrund der nicht vernachlässigbaren Drehzahlschwankungen ungenau ist. Zudem lässt es sich nicht im Bild 5.1 oben abschließend erklären, weshalb die Drehzahlmessung über das Pulssignal des AML bei 2498,7 1/min nach unten begrenzt ist.

5.1.2 Unwucht und Auslenkungen

Die Zuverlässigkeit der Auswuchtssysteme, die Streuung der Amplituden und Phasen der drehzahlsynchronen Schwingungen sowie der reproduzierbare Zusammenhang zwischen Unwuchten und Auslenkungen lassen sich beispielsweise aus Bild 5.2 feststellen. Im Anhang C sind weitere Ergebnisse zu sehen (Bild A 3 bis Bild A 6).

Während die AA eine hohe Reproduzierbarkeitsgüte bzw. Zuverlässigkeit aufweisen (Bild 5.2, oben links), ist dies nicht immer bei den drehzahlsynchronen

Schwingungen der Fall. Aufgrund der bei der Erhöhung der Wuchtkapazität der AA (siehe Abschnitt 3.1.2) gleichzeitig durchgeführten Instandhaltungsarbeiten treten die in [4] beobachteten Verstellungsfehler, vor allem am AA B, nicht mehr auf.

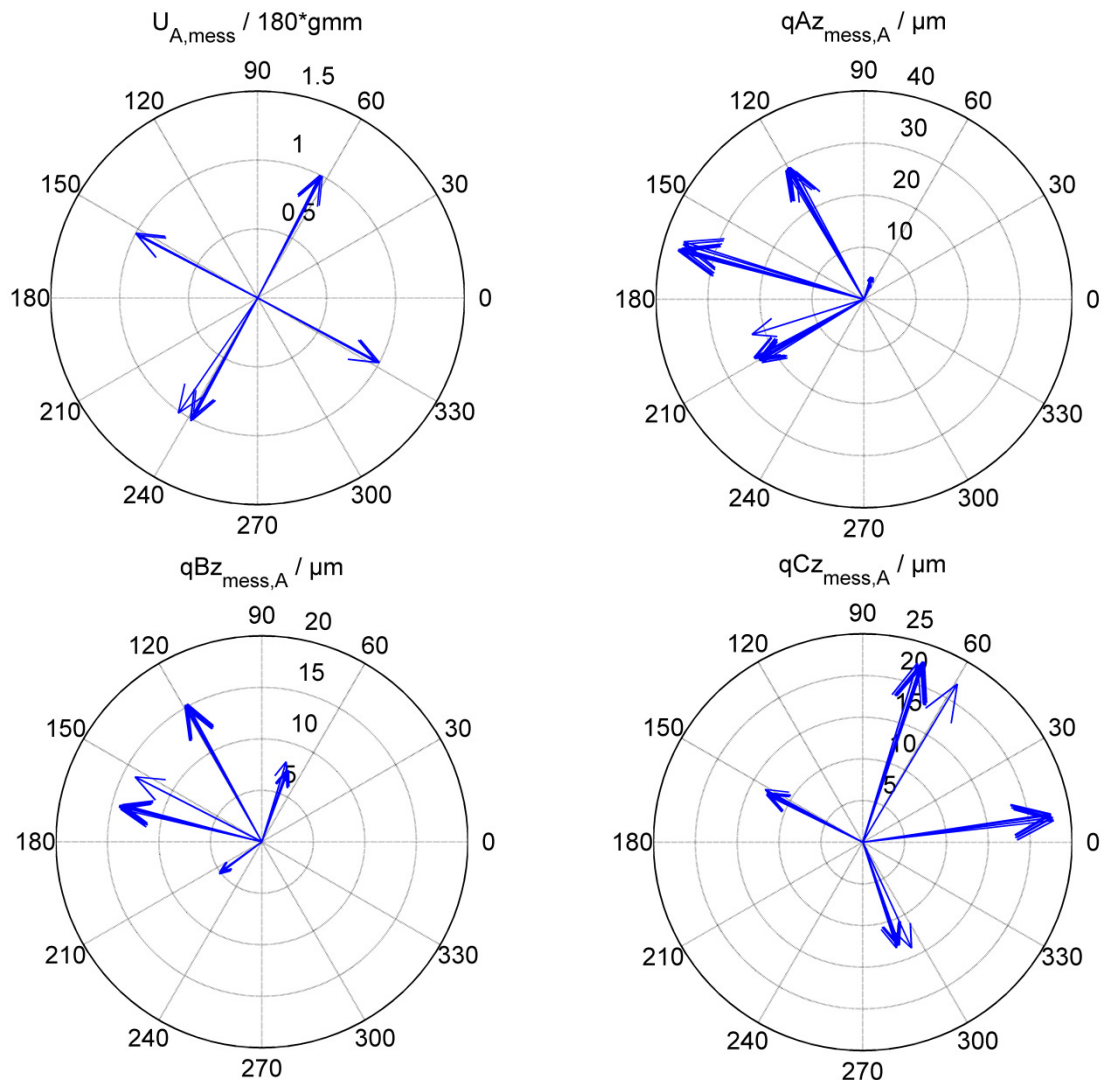


Bild 5.2: Unwuterregungen an der WE A und entstehende drehzahlsynchrone Schwingungen in der komplexen Darstellungsform

Betrachtet man daneben beispielsweise die Mittelwerte und Standardabweichungen der Auslenkungen in der z-Richtung in der ME C aufgrund der generierten Unwuchten am WE A (Bild 5.3 entsprechend Bild 5.2 unten rechts), dann erkennt man anhand der Standardabweichung, dass vor allem die Phase der Auslenkungen stark gestreut werden können (siehe erste und dritte Spalte von Bild 5.3 unten). Diese Streuungen werden vor allem durch das nicht sehr genaue Messprinzip von Abschnitt 4.1.2 über die Drehzahlimpulse der AML aufgrund der oben festgestellten Drehzahlschwankungen verursacht. Ferner werden diese Streuungen durch

Nebeneffekten wie nichtdrehzahlsynchrone Schwingungen, Rotorlagerung, Nichtlinearitäten etc. verstärkt. Bei der Ermittlung der Amplituden und Phasen der drehzahlsynchronen Schwingungen ist es daher ratsam Mittelwertbildungen durchzuführen. Dadurch kann die Genauigkeit der Schwingungsmessungen gesteigert werden, hierbei steigt jedoch gleichzeitig die Zeitdauer des Wuchtprozesses.

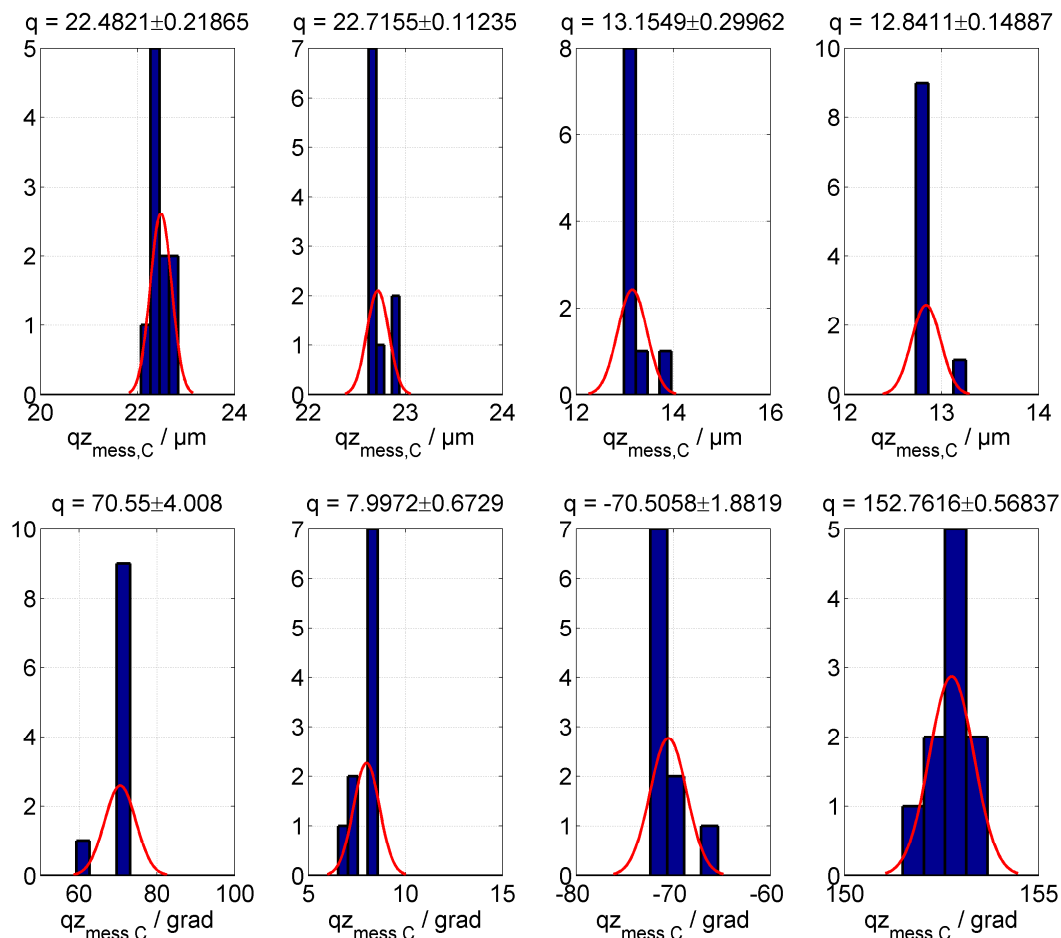


Bild 5.3: Amplitude und Phase der Auslenkungen in z-Richtung an der ME C aufgrund der Unwuchten an der WE A entsprechend Bild 5.2 unten rechts

5.1.3 Dynamik des magnetgelagerten Rotors

Zur Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Nachgiebigkeitskurve und indirekt der Einflusszahlen des magnetgelagerten Rotorsystems wird der Rotor von 500 1/min bis 6600 1/min mit einer positiven bzw. negativen Drehbeschleunigung von $1,046 \text{ 1/s}^2$ bei neutral gestellten AA hoch- und runtergefahren (Hochlauf-Neutralbetrieb, Auslauf-Neutralbetrieb). Dabei werden die Beträge und Phasen der drehzahlsynchronen Schwingungen in z- und y-Richtungen an jeder Messebene gemessen und gegenübergestellt (Bild 5.4 bis Bild 5.6). Ein größerer Drehzahlbe-

reich ist aufgrund der großen Schwingungsausschläge infolge der Initialunwucht des Rotors nicht möglich, da das magnetgelagerte Rotorsystem ab einer Schwingungsamplitude von mehr als $40\text{ }\mu\text{m}$ an den Lagerebenen wegen Nichtlinearität der Magnetlagerparameter schon zur Instabilität neigt.

Die gute qualitative Übereinstimmung der Hochlaufkurven (Bild 5.4), der Auslaufkurven (Bild 5.5) sowie einer Hoch- und Auslaufkurve (Bild 5.6) in z- und y-Richtung deuten darauf hin, dass die Nachgiebigkeitskurve nicht zeitveränderlich ist. Demzufolge können die einmal bei der Lernphase ermittelten Einflusszahlen sowie Wuchtsätze bei jedem beliebigen Hoch- oder Auslauf (in der Betriebphase) verwendet werden.

Aus den Hoch- und Auslaufkurven (Bild 5.4 bis Bild 5.6) erkennt man, trotz starker Kopplung der elastischen Moden, die erste schwach gedämpfte und die dritte gut gedämpfte, Eigenfrequenzen des magnetgelagerten Rotors bei jeweils ca. 30 Hz und ca. 64 Hz. Diese entsprechen näherungsweise den in Tabelle 3.8 im Abschnitt 3.1.1.4 berechneten kritischen Drehzahlen. Die zweite kritische Drehzahl bei ca. 50 Hz ist aufgrund zu starker Dämpfung nicht auf den gemessenen Kurven erkennbar. Die schwache Dämpfung der ersten Eigenfrequenz lässt sich an der starken und schmalen Überhöhung der Schwingungsamplituden bei 30 Hz in der ME C erkennen. Es stellte sich nach einer Untersuchung heraus, dass die Amplituden- und Phasensprünge bei jeweils 23 Hz und 70 Hz durch eine automatische Aktivierung des kräftefreien Laufes (*Autobalancing*, [2]) in der Magnetlagerelektronik verursacht wurde. Ein gemessener Hochlauf mit deaktiviertem kräftefreiem Lauf (Bild A 13) hat dies bewiesen.

Man erkennt zudem aufgrund der Amplitudendifferenzen in den radialen Richtungen in der ME A elliptische Bahnen (Bild 5.4, oben links). Diese elliptischen Bahnen lassen sich aber nicht abschließend erklären, da die Eigenfrequenzen in den beiden Richtungen fast gleich sind (isotrope Lagerung). Sie können aber z.B. durch nicht axialsymmetrische Fundamentsteifigkeiten oder durch Rotorgewicht verursacht werden [33].

Die immer wieder auftretenden Phasen- und Amplitudensprünge der Hoch- und Auslaufkurven sind die Folge der bereits oben erwähnten Messfehler bei der Schwingungsmessung. Es soll aber hierbei berücksichtigt werden, dass die Schwingungsmessung bei quasistationärem Hochlauf und nicht bei konstanter Drehzahl stattgefunden hat. Dies kann auch zur Entstehung dieser Messfehler beigetragen haben. Im Bild A 7 im Anhang D, in dem nur eine einzige Hochlaufkurve im Neutralbetrieb dargestellt ist, sind diese Fehler nur minimal vorhanden.

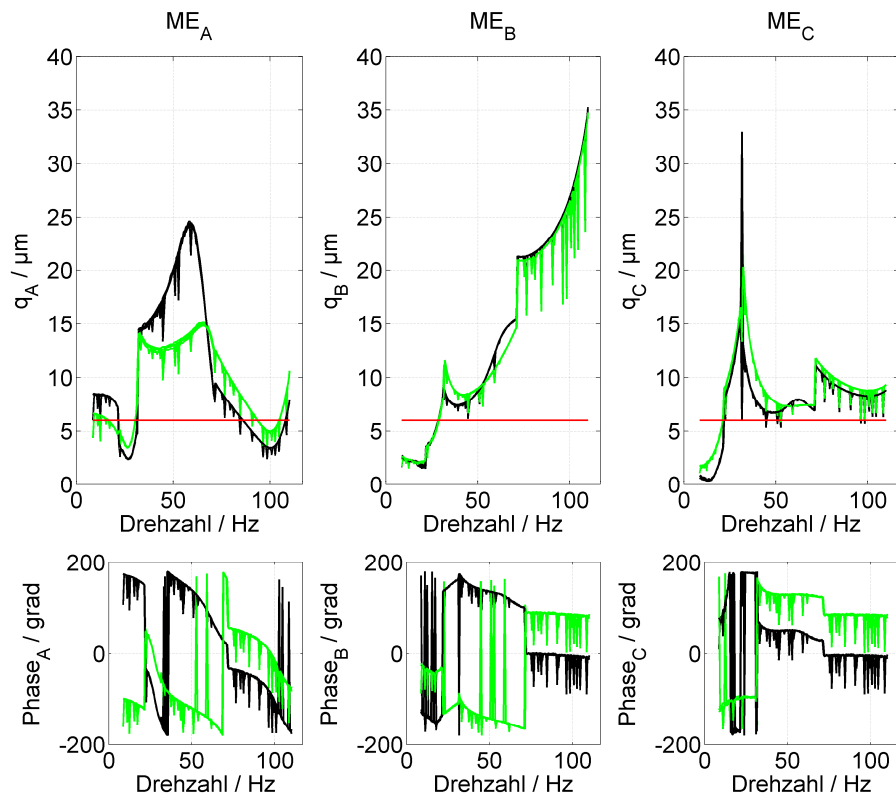


Bild 5.4: Gegenüberstellung von fünf aufgenommenen Hochlaufkurven mit neutralen AA, dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung

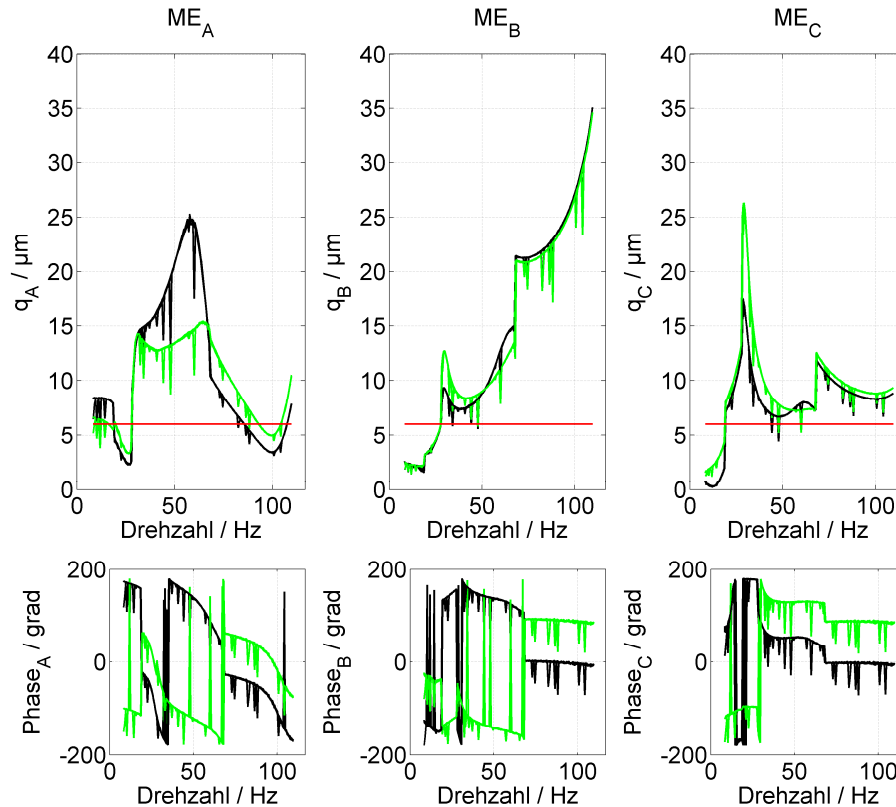


Bild 5.5: Gegenüberstellung von fünf aufgenommenen Auslaufkurven mit neutralen AA, dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung

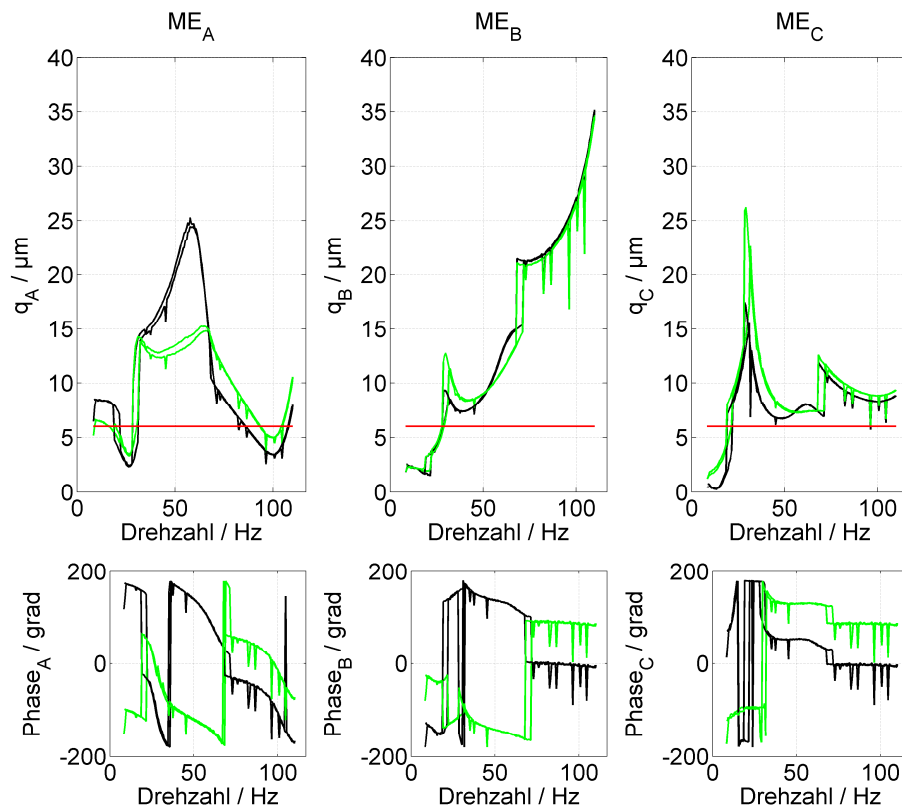


Bild 5.6: Gegenüberstellung einer Hochlaufkurve mit einer Auslaufkurve mit neutralen AA, dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung

5.2 Erprobung der Auswuchtstrategie beim Wuchten mit zwei Auswuchtaktoren zur Lagerberuhigung

Zur experimentellen Validierung der automatischen Auswuchtstrategie werden im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich die experimentellen Ergebnisse des automatischen Wuchtprozesses mit zwei AA zur Beruhigung der beiden Lagerebenen ME A und ME B vorgestellt und diskutiert. Mit den drei vorhandenen AA am Prüfstand ergeben sich drei Kombinationen beim Wuchten mit zwei AA zur Beruhigung der Lagerebenen:

- Fall 1: Wuchten mit AA_A (WE A) und AA_B (WE B),
- Fall 2: Wuchten mit AA_A (WE A) und AA_C (WE C) und
- Fall 3: Wuchten mit AA_C (WE C) und AA_B (WE B).

Aus der Untersuchung der drei Kombinationen kann der Einfluss der axialen Lage der AA festgestellt werden. Es werden bei allen Versuchen Betrag und Phase der drehzahlsynchronen Schwingungen in den drei Messebenen in der z- und y-Richtung gemessen, dargestellt und mit dem Hochlauf-Neutralbetrieb (Bild A 7) verglichen.

Die optimale Untersuchung des automatischen Wuchtprozesses mit drei AA zur Beruhigung der am Rotor vorhandenen drei Messebenen (ME A, ME B und ME C) (gemischte Beruhigung [56]) erfordert eine höhere Kapazität sowie eine besondere Ansteuerung der AA, um die Robustheit des Systems aufgrund der langsamen sequentiellen Verstellung der AA nicht zu gefährden (siehe Ausblick im Abschnitt 6.2). Zudem kann eine synchrone Erfassung aller Schwingungsmessdaten nicht gewährleistet werden, da die Messkette nicht einheitlich ist (siehe Bild 3.1). Daher werden im Rahmen dieser Arbeit die Schwingungen in der Messebene C nicht direkt durch die AA beeinflusst und damit nur die Lagerberuhigung untersucht.

Vor dem Start des automatischen Betriebswuchtprogramms wurden vom Bediener die folgenden Parameter von Tabelle 5.2 eingestellt. Die Drehbeschleunigung ist dabei auf $1,046 \text{ rad/s}^2$ voreingestellt.

Betriebsdrehzahl	Ω_B	1/s	733
Startdrehzahl	Ω_{\min}	1/s	125,6
Initialtoleranzwert	$Q_{\text{zul,init}}$	μm	6
Kritische Drehzahlen	$[\omega_1, \dots, \omega_N]$	1/s	[188,4; 314; 408,2; 847,8]
Schwach gedämpfte kritische Drehzahlen	Ω	1/s	188,4
Kritischer Drehzahlbereich	$\Delta\omega$	1/s	6,28
Schrittzahl zur Testunwuchtgenerierung	$S_{\text{klein}} \setminus S_{\text{groß}}$	-	2 \ 3
Relative Abweichung der Testunwuchtwirkung	Δq	%	4
Anpassungsfaktor Toleranzwert	κ	-	1,5

Tabelle 5.2: Einstellparameter für die automatische Auswuchtstrategie

5.2.1 Lernphase

In den nachfolgenden Bildern steht das URV (R_u) des unbenutzten AA immer leer. Die Zeitdauer des Betriebswuchtprozesses wird im Abschnitt 5.2.3 diskutiert.

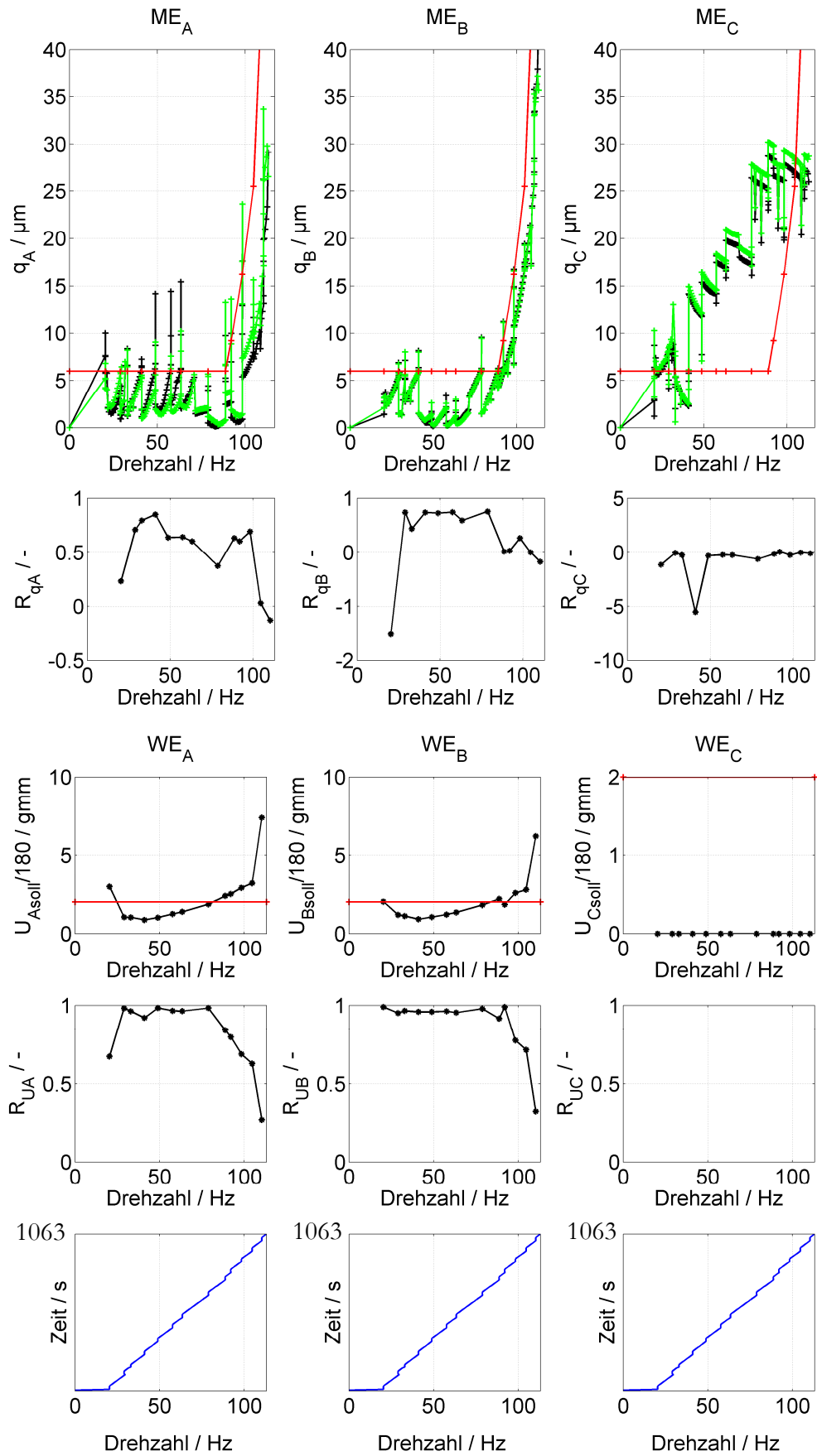
Anhand Bild 5.7 bis Bild 5.9 im Vergleich zum Bild 5.6 oder Bild A 7 erkennt man die Praxistauglichkeit der automatischen Auswuchtstrategie. Die Wuchtdrehzahlen werden bei dem Hochlauf automatisch festgelegt, wenn die Auslenkungen den Toleranzwert überschreiten. Dabei lassen sich die Wuchtdrehzahlen sowie die Wuchtvorgänge anhand des treppenförmigen Drehzahlverlaufs (siehe letzte Zeile von Bild 5.7 bis Bild 5.9, Zeitverlauf der Drehzahl) erkennen. Nach einer erfolgreichen Auswuchtung wird der Hochlauf fortgesetzt. Diese Prozedur wird solange

wiederholt, bis die Betriebsdrehzahl erreicht ist, und dies führt dazu, dass im gesamten Drehzahlbereich ein bestimmtes Schwingungsniveau nicht überschritten wird. Dabei kann notfalls das zulässige Schwingungsniveau an die Restschwingungen gemäß Gl. (4.12) adaptiert werden (Bild 5.7 ab 80 Hz und Bild 5.8 bei 21 Hz).

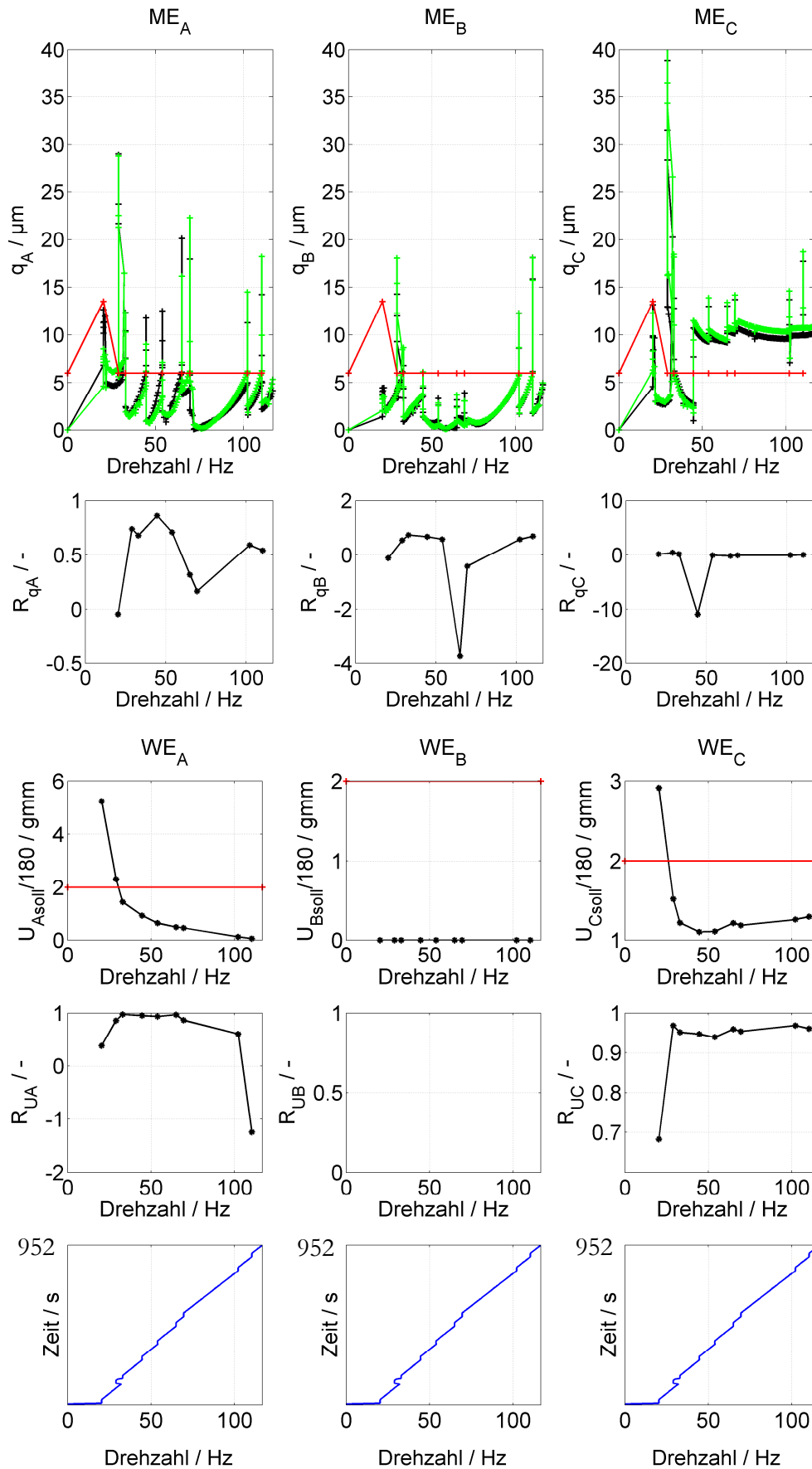
Das Wuchten mit WE A und WE B (Fall 1, Bild 5.7) erweist sich als nicht effizient im gesamten Drehzahlbereich. Bis ca. 80 Hz sind die AA nicht ausgelastet, sodass sie das Potential haben, die Unwuchtschwingungen zu verringern. Über 80 Hz sind die beiden AA gesättigt. Sie haben demzufolge keinen Verbesserungseinfluss mehr auf den Wuchtzustand. Mindestens ein der beiden Auswuchtaktoren liegt vermutlich in der Nähe eines Schwingungsknotens. Es liegt also für diese AA ein unempfindlicher Drehzahlbereich vor. Die Auslenkungen steigen demzufolge so an, dass die Betriebsdrehzahl von 7000 1/min (117 Hz) nicht mehr erreicht werden konnte, da das magnetgelagerte System ab einer Lagerauslenkung von 40 μm zur Instabilität neigt.

Das Wuchten mit den zwei anderen Kombinationen (Fall 2 und Fall 3) ist effizienter als das Wuchten mit WE A und WE B. Die Betriebsdrehzahl von 7000 1/min lässt sich problemlos erreichen. Bei der Kombination WE A und WE C (Bild 5.8) sind zu Beginn bei Drehzahl 1230 1/min die beiden AA gesättigt, aber ab der zweiten Wuchtdrehzahl nicht mehr. Aufgrund der Sättigung der AA konnte der Initialtoleranzwert an der ME A nicht eingehalten werden, er musste angepasst werden. Diese Sättigung kann etwas mit der ungünstigen Platzierung der AA auf dem Rotor zu tun haben, oder es kann auch sein, dass die Fliehkräfte der AA aufgrund des niedrigen Drehzahlbereichs nicht ausreichend sind. Darüber hinaus hat das Auswuchtprogramm im Fall 2 (Bild 5.8) eine Wuchtdrehzahl bei der ersten kritischen Drehzahl (bei 30 Hz) festgelegt. Da aber Auswuchtungen bei den kritischen Drehzahlen zu vermeiden sind, hat das Programm die festgelegte Wuchtdrehzahl dicht vor die kritische Drehzahl zurückgestellt (siehe letzte Zeile von Bild 5.8, Zeitverlauf der Drehzahl) und dort gewuchtet. Nach dem Durchfahren dieser kritischen Drehzahl wurde nochmal gewuchtet.

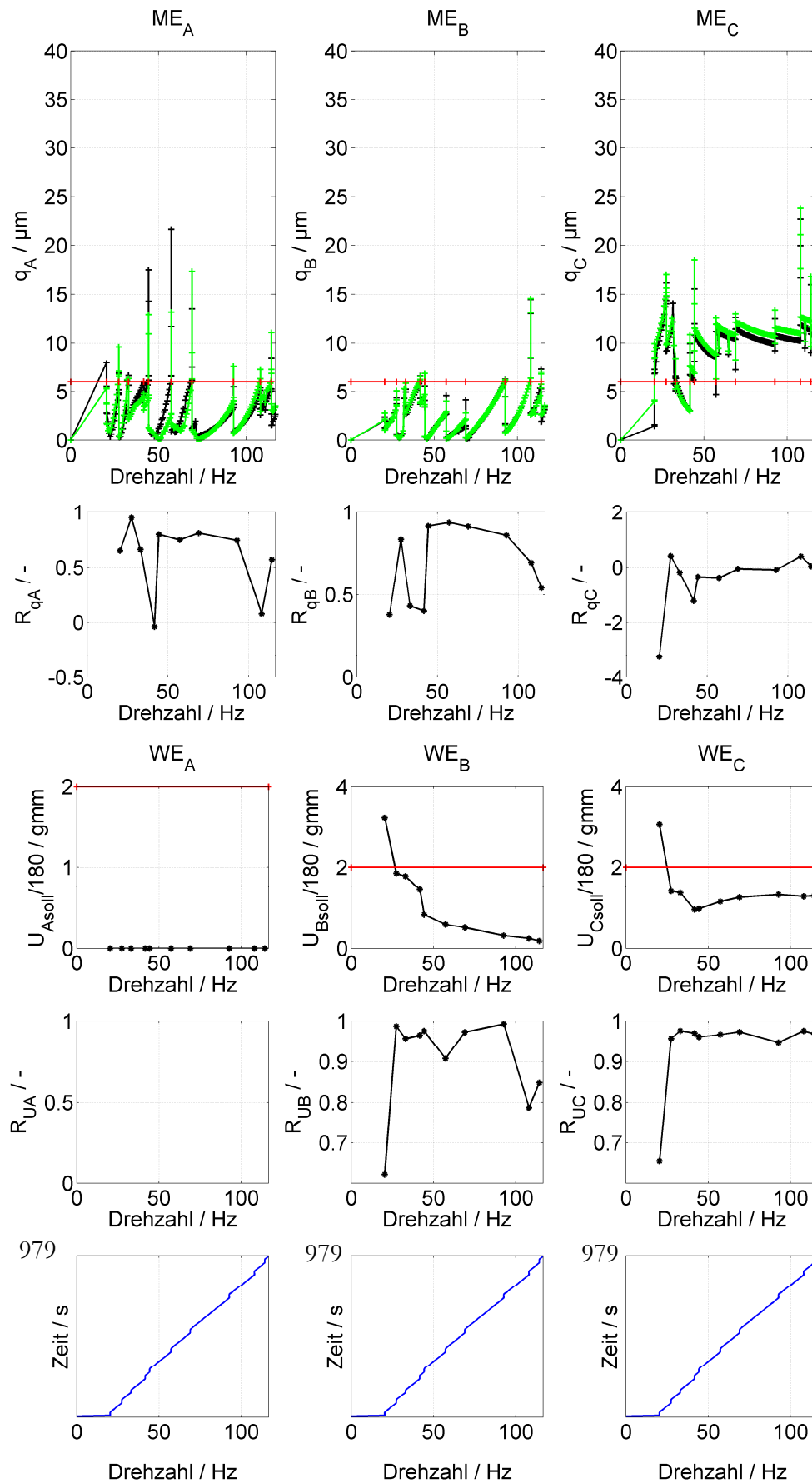
Die optimale Kombination zum Wuchten mit zwei WE ist die Kombination von WE C und WE B (Fall 3, Bild 5.9). Im gesamten Drehzahlbereich bis 7000 1/min wird der Initialtoleranzwert nicht überschritten. Eine Adaption des Toleranzwertes im Betrieb ist damit nicht nötig. Trotz Sättigung der AA am Anfang des Wuchtprozesses, konnte der Initialtoleranzwert eingehalten werden.



**Bild 5.7: Wuchten mit WE A und WE B zur Lagerberuhigung,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung**



**Bild 5.8: Wuchten mit WE A und WE C zur Lagerberuhigung,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung**



**Bild 5.9: Wuchten mit WE C und WE B zur Lagerberuhigung,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung**

Während der experimentellen Erprobung der automatischen Auswuchtstrategie wurde ein weiterer Nachteil der AA im Zusammenhang mit dem Mess- und Steuersystem am Prüfstand festgestellt. Dadurch, dass die Ringe eines AA und die AA selbst sich nur nacheinander verstellen lassen, kann die Zwischenposition eines Rings oder eines AA während des Ausgleichvorganges (beim Wuchten mit mehr als einem AA) Schwingungen mit großen Amplituden verursachen. Optimal ist daher eine quasiparallele Verstellung der Ringe eines AA bei synchroner Ansteuerung aller AA. Damit können zusätzliche Störungen vermieden und die Zeitdauer des Positionierungsvorganges aller AA in die Ausgleichpositionen reduziert werden.

Im Anhang sind weitere Versuchsergebnisse bei verschiedenen Initialtoleranzwerten sowie mit dem optimierten Regler zu sehen (Bild A 8 bis Bild A 14).

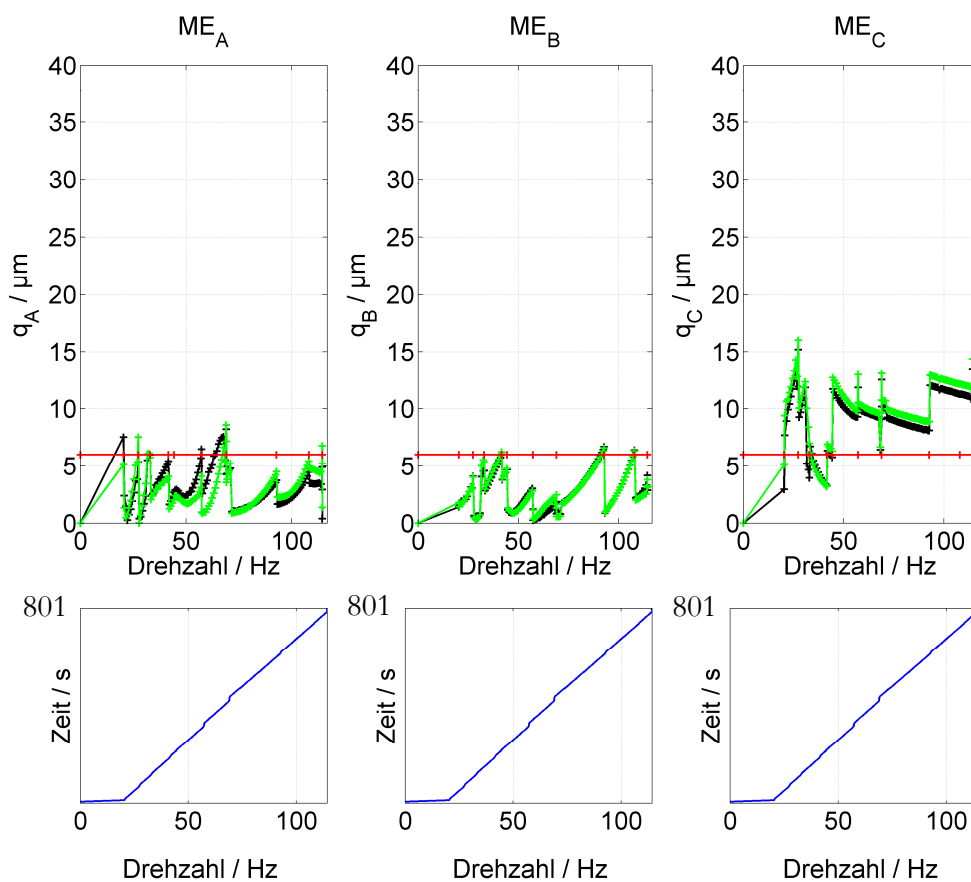
5.2.2 Betriebsphase

Es wird hier lediglich der Hochlauf in der Betriebsphase mit der Kombination WE C und WE B (Fall 3) als Beispiel dargestellt.

Anhand von Bild 5.10 erkennt man den Vorteil des Nachwuchtens (Betriebsphase) mittels *gain scheduling*. In den festgelegten Wuchtdrehzahlen werden die Schwingungen durch Anbringung von vorher bei der Lernphase identifizierten Wuchtsätzen reduziert. Dadurch wird der Zeitaufwand des Wuchtprozesses verkürzt, da keine Testläufe mehr durchgeführt werden. Im Vergleich zu den in [25] und in [95] vorgestellten Methoden, liegen hier nicht nur die Einflusszahlen sondern auch die Wuchtsätze zur Unterdrückung der drehzahlsynchronen Schwingungen bis zur Betriebsdrehzahl schon vor. Damit erfolgt die Betriebsphase in dieser Arbeit, bei optimaler Ansteuerung der AA (siehe Ausblick im Abschnitt 6.2), theoretisch schneller als in [25] und in [95]. Die gespeicherten Einflusszahlen werden nur verwendet, im Fall dass die Wuchtsätze aufgrund einer zeitliche Veränderung der Initialunwucht des Rotors neu bestimmt werden müssen (siehe Bild 2.15, rechts).

Bei der Lernphase (Bild 5.7 bis Bild 5.9) sind die Auslenkungsamplituden aufgrund der Testläufe öfter größer als der Toleranzwert. In der Betriebsphase ist dies aufgrund der fehlenden Testläufe nicht der Fall. Jedoch kann man im Bild 5.10 feststellen, dass der Toleranzwert bei den Wuchtdrehzahlen manchmal schon längst überschritten ist, bevor eine Nachwuchtung erfolgt. Diese Effekte sind auf die Unwuchtfehler wegen der diskreten Raststellungen der AA sowie auf die dynamischen Unwuchten wegen des axialen Abstandes der Wuchtringe der AA (Abschnitt 2.2.3) zurückzuführen. Es kann in der Tat passieren, dass die Wuchtringe eines AA

in der Betriebsphase nicht so genau positioniert werden wie in der Lernphase (weil die Positionen der Ringe ausgetauscht wurden). Dadurch entstehen andere Resonanzwuchten und andere dynamische Unwuchten, die den Wuchtzustand sowohl positiv als auch negativ beeinflussen können. Diese Tatsache lässt sich auch durch Vergleich von Bild A 11 und Bild A 12 sowie von Bild A 14 und Bild A 15 im Anhang beobachten. Hat eine Verschlechterung der Wuchtgüte beim Nachwuchten stattgefunden, kann daher durch einen Austausch der Ringpositionen eine Verbesserung der Wuchtgüte realisiert werden. Dieser zusätzliche Verstellvorgang würde aber die Zeitdauer des Nachwuchtprozesses erhöhen.



**Bild 5.10: Betriebsphase mit WE C und WE B,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung**

Prinzipiell kann man den Initialtoleranzwert kleiner als $6 \mu\text{m}$ setzen, um eine noch bessere Wuchtgüte zu erreichen (Bild A 10 bis Bild A 12 im Anhang). Dadurch erhöht sich aber die Zeitdauer des Wuchtprozesses, da mit einem kleineren Toleranzwert noch mehr Wuchtdrehzahlen festgelegt und damit mehr Wuchtvorgänge erforderlich werden. Zudem lässt sich die Initialunwucht bei zu kleinen Schwingungen aufgrund von Messfehlern nicht optimal ermitteln.

5.2.3 Zeitdauer des Wuchtprozesses

Nulllauf [Ω, q _{0+AA,r} , U _{AA,r-1}]	Messwerte erfassen	Drehzahl erfassen (COM 2)	~0,4 s
		Auslenkungen erfassen (USB-DAQ)	~1,8 s
		Position aller AA erfassen (COM 3-5)	~2,0 s
Testläufe [U _{T,n,r} , q _{n+AA,r}]	Testunwucht generieren	AA verstellen (COM 3-5) + Pause (2 s)	~3,0 s
	Messwerte erfassen	Auslenkungen erfassen (USB-DAQ)	~1,8 s
		Position des AA erfassen (COM 3-5)	~1,0 s
	Testunwucht zurücknehmen	AA zurückstellen (COM 3-5)	~1,0 s
Berechnung [E _r , U _{AA,soll,r}]	Ermittlung der Einflusskoeffizientenmatrix		~0,1 s
	Berechnung der Ausgleichunwuchten		
Ausgleich	Ausgleichunwuchten anbringen	Alle AA verstellen (COM 3-5) + Pause (4 s)	~6,0 s
Kontrolllauf [q _r , R _{q,r} , R _{u,r} , S _r]	Messwerte erfassen	Auslenkungen erfassen (USB-DAQ)	~1,8 s
		Position aller AA erfassen (COM 3-5)	~2,0 s
	Bewertung des Wuchtvorganges	Auslenkungsreduziervverhältnis	~0,1 s
		Unwuchtreduziervverhältnis	
		Auswuchterfolg	

Tabelle 5.3: Ablaufprogramm der Auswuchtroutine zur Lagerberuhigung gemäß Bild 2.15 links (ca. 27,8 s Gesamtzeitdauer)

Nulllauf $[\Omega, \mathbf{q}_{0+AA,r}, \mathbf{U}_{AA,r-1}]$	Messwerte erfassen	Drehzahl erfassen (COM 2)	~0,4 s
		Auslenkungen erfassen (USB-DAQ)	~1,8 s
		Position aller AA erfassen (COM 3-5)	~2,0 s
Berechnung $[\mathbf{U}_{AA,soll,r}]$	Optimierte Ausgleichunwuchten berechnen		~0,1 s
Ausgleich	Ausgleichunwuchten anbringen	Alle AA verstellen (COM 3-5)+Pause (4 s)	~6,0 s
Kontrolllauf $[\mathbf{q}_r, \mathbf{R}_{q,r}, \mathbf{R}_{u,r}, S_r]$	Messwerte erfassen	Auslenkungen erfassen (USB-DAQ)	~1,8 s
		Position aller AA erfassen (COM 3-5)	~2,0 s
	Bewertung des Wuchtvorganges	Auslenkungsreduziervverhältnis	~0,1 s
		Unwuchtreduziervverhältnis	
		Auswuchterfolg	

Tabelle 5.4: Ablaufprogramm der Nachwuchtroutine zur Lagerberuhigung gemäß Bild 2.15 rechts im Fall einer neuen Identifikation der Ausgleichunwuchten (ca. 14,2 s Gesamtzeitdauer)

Die Zeitdauer des Wuchtprozesses ergibt sich bei der Lernphase bzw. bei der Betriebsphase vor allem aus der Abarbeitung der Ablaufprogramme von Tabelle 5.3 und Tabelle 5.4. In der rechten Spalte dieser Tabellen befindet sich die gemessene durchschnittliche Zeitdauer des betreffenden Vorganges. Die Summe ergibt dann die Gesamtzeitdauer der Aus- oder Nachwuchtroutine. In der linken Spalte der Tabellen stehen die Hauptarbeitsvorgänge des Wuchtprozesses entsprechend Tabelle 1.1 Abschnitt 1.4.1.1 mit den ermittelten Daten.

Die Merkmale dieser Programme sind im Folgenden aufgelistet:

- Sequentielle Abarbeitung.
- Ansprechen der COM Ports (seriellen Schnittstellen) nacheinander. Jedoch werden alle COM Ports gleichzeitig geöffnet und geschlossen.
- Messwerte werden erfasst, verarbeitet, auf der Überwachungsoberfläche (Bild A 18 im Anhang) dargestellt und abschließend werden die generierten Sollwerte auf die Steuergeräte gesendet.
- Pausen werden aus Sicherheitsgründen nach jedem Verstellvorgang der AA gelegt.
- Die Testunwuchtgenerierung (Bild 4.5 Abschnitt 4.1.4) bzw. der Testlauf erfolgt solange, bis eine geeignete Testunwucht generiert ist.
- Der ganze Wuchtvorgang wird bei Misserfolg aufgrund von Messfehlern oder beim Durchfahren eines unempfindlichen Drehzahlbereichs wiederholt. Der Kontrolllauf des vorangegangenen Auswuchtvorganges dient als Nulllauf des nächsten Auswuchtvorganges.

Durch die sequentielle Programmabarbeitung sind zwar die Programme einfacher vom Aufbau her, dennoch wird gleichzeitig dadurch die Zeitdauer des Wuchtprozesses erhöht. Die Pausen zwischen den Vorgängen erhöhen auch die Zeitdauer des Wuchtprozesses. Diese sind jedoch notwendig, um *timeout error* beim Lesen oder Schreiben der Daten auf den seriellen Schnittstellen zu vermeiden und um z.B. die auftretenden impulserzeugten Schwingungen bei der Verstellung der AA (wie im Bild A 17) abklingen zu lassen, bevor eine Schwingungsaufnahme erfolgt.

Anhand der gemessenen durchschnittlichen Zeitdauer aller Vorgänge von Tabelle 5.3 und Tabelle 5.4 dauert eine Auswuchtroutine zur Lagerberuhigung in der Lernphase ca. 27,8 Sekunden, eine komplette Nachwuchtroutine zur Lagerberuhigung mit Null- und Kontrolllauf ca. 14,2 Sekunden und eine Nachwuchtroutine zur Lagerberuhigung ohne Nulllauf mit Kontrolllauf ca. 10 Sekunden. Die Gesamtdauer des Lern- und Betriebsprozesses ergibt sich aus der festgelegten Drehbe-

schleunigung $\ddot{\phi} = 1,046 \text{ 1/s}^2$, aus der festgelegten Betriebsdrehzahl $\Omega_B = 733 \text{ 1/s}$ und aus der Anzahl R der Wuchtdrehzahlen:

$$\begin{aligned} T_{\text{Neutralbetrieb}} &= \Omega_B / \ddot{\phi} \\ T_{\text{Lernphase}} &= T_{\text{Neutralbetrieb}} + R T_{\text{Auswuchtroutine}} \\ T_{\text{Betriebsphase}} &= T_{\text{Neutralbetrieb}} + R T_{\text{Nachwuchtroutine}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

In Tabelle 5.5 sind einige Beispieldaten für die Zeitdauer des Betriebswuchtprozesses dargestellt. Die minimale Zeitdauer der Betriebsphase stellt hierbei die Zeitdauer ohne Nulllauf mit Kontrolllauf (bei Verwendung nur der Wuchtsätze) und die maximale, die mit Null- und Kontrolllauf im Fall einer Optimierung der Ausgleichunwuchten mit Hilfe der gespeicherten Einflusszahlenmatrizen dar.

Versuch	Anzahl der Wuchtvorgänge	Zeitdauer Neutralbetrieb	Zeitdauer Lernphase	Zeitdauer Betriebsphase
Bild A 7		701 s		
Bild 5.7	13		1063 s	
Bild 5.8	9		952 s	
Bild 5.9	10		979 s	
Bild 5.10	10			801 s – 843 s

Tabelle 5.5: Beispieldaten Zeitdauer

Aus Tabelle 5.4 erkennt man ferner, dass die Zeitdauer der Nachwuchtroutine und folglich die Zeitdauer der Betriebsphase prinzipiell durch das Weglassen des Kontrolllaufs nach jedem Ausgleich weitgehend reduziert werden kann. Die Nachwuchtroutine würde dann statt 10 Sekunden nur noch 6 Sekunden maximal dauern. Zudem kann man durch folgende Ansätze die Zeitdauer der Wuchtvorgänge während des Lernprozesses um ca. 8 Sekunden reduzieren:

- Positionserfassung der AA nur zu Beginn des Hochlaufes und beim Kontrolllauf
- Positionierung der AA ohne vorherigen Positionserfassung
- Drehzahlmessung bei Schwingungsmessung
- Verstellung nur eines Ringes zur Testunwuchtgenerierung
- Pause nach AA-Verstellung abhängig von Schrittzahl machen (siehe Abschnitt 2.2.2)

Im Ausblick (Abschnitt 6.2) werden weitere mögliche Ansätze zur Optimierung der Zeitdauer des Betriebswuchtprozesses vorgeschlagen.

6 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

6.1 Zusammenfassung

Die Forderung nach immer leistungsfähigeren, sicheren rotierenden Maschinen mit möglichst geringen Lärmbelastungen, Vibrationen, Ausfallzeiten und höheren Betriebsdrehzahlen hat in den letzten Jahren den Wunsch nach immer wirtschaftlicheren und effizienteren Schwingungsminderungsmaßnahmen verstärkt. Da die Unwuchten die Hauptanregungsmechanismen bei rotierenden Maschinen sind, widmet sich ein Großteil der Forschungsarbeiten zur Minderung von Rotorschwingungen den Methoden und Konzepten zur Optimierung der Auswuchtprozeduren, weil man mit den herkömmlichen Auswuchtverfahren an die Grenzen stößt.

In dieser Arbeit wurde eine Strategie entwickelt, mit derer Hilfe aufwendige und hohe Personalkosten während des Wuchtprozesses gespart und zugleich der Wuchtprozess, die Laufruhe und letztendlich die Effizienz der rotierenden Maschine optimiert werden können. Die entwickelte automatische Auswuchtstrategie wurde hier am Beispiel eines magnetgelagerten elastischen Rotors untersucht, sie lässt sich aber auch an allen konventionell gelagerten elastischen Rotoren mit linearem und reproduzierbarem Zusammenhang zwischen Unwuchten und Auslenkungen anwenden.

Ein Weg zur Steigerung der Effizienz einer rotierenden Maschinen durch Optimierung der Auswuchtprozesse ist die Kombination von den folgenden drei aktiven Systemen: aktive Magnetlager (AML), aktive Auswuchtsysteme (AA) und aktive Antriebseinheit (AE). Durch eine übergreifende Ansteuerung der drei aktiven Systeme können neben der vollständigen Automatisierung des Wuchtprozesses die Auslenkungen in den Messebenen kontinuierlich im gesamten Drehzahlbereich (auch in den Resonanzen) unter einer definierten Schranke gehalten werden. Beim Überschreiten der vordefinierten Schranke stoppt die Antriebseinheit den Hochlauf bei der aktuellen Drehzahl, sog. Wuchtdrehzahl, zum Zweck einer automatischen Unwuchtkompensation mit Hilfe der AA. Damit werden die Wuchtdrehzahlen automatisch vom Programm festgelegt. Nach einer erfolgreichen Auswuchtung wird der Hochlauf bis zur nächsten Wuchtdrehzahl fortgesetzt. Die Prozedur wird solange wiederholt bis die Betriebsdrehzahl erreicht ist. Hierbei werden bei dem automatischen Wuchtprozess zwei Phasen unterteilt. In einer ersten Phase, der sog.

Lernphase, werden bei den festgelegten Wuchtdrehzahlen die Einflusszahlen und Wuchtsätze berechnet und in einer Tabelle gespeichert. Damit werden in einem einzigen Lauf sämtliche Kerndaten zur Beruhigung des Rotors erfasst. Bei den anschließenden Hochläufen des Rotors werden die gespeicherten Daten (Wuchtsätze und Einflusszahlen) genutzt, um die Rotorschwingungen bei den festgelegten Wuchtdrehzahlen im gesamten Drehzahlbereich mittels *gain scheduling* zu reduzieren (sog. Betriebsphase). Damit erfolgt die Betriebsphase in deutlich kürzerer Zeit als die Lernphase. Durch die Begrenzung der Auslenkungsamplituden bzw. durch die erreichte Laufruhe bleiben die AML linear und erreichen nicht ihre Sättigung. Das AML-Rotorsystem lässt sich daher mit einem einfachen dezentralen Regler niedriger Ordnung in einem weiten Drehzahlbereich stabilisieren. Zudem lassen sich die kritischen Drehzahlen problemlos durchfahren und somit den Betriebsbereich des Rotors erweitern. Bei der Antriebseinheit bleiben die Koppelmomente aufgrund der Massenexzentrizitäten klein und es treten demzufolge keine Drehzahlschwankungen bei der Resonanzdurchfahrt auf. Damit ist der Einsatz eines starken Antriebs, um ein Hängenbleiben bei der Resonanzdurchfahrt zu vermeiden, überflüssig.

Um die entwickelte Methodik validieren zu können, ist die Versuchsanlage einer aktiv magnetgelagerten Niederdruckwelle eines Helikoptertriebwerkes mit unbekanntem Initialwuchtzustand umgebaut worden. Hierbei ging es um die Erweiterung des Systems um eine dritte Wucht- und Messebene sowie die Umsetzung einer Schnittstelle zwischen dem Datenverarbeitungs- und Steuersystem und der Antriebseinheit zum Zweck einer Adaption der Drehzahl am Schwingungszustand im Betrieb. Ein Modell der rotierenden Struktur war zudem zur Positionsfindung der Wuchtebenen und der Messebene, zum modellbasierten AML-Reglerentwurf und zur Untersuchung der entwickelten Strategie in der Simulation zwingend erforderlich. Da jedes Unwuchtberechnungssystem die Linearität und Stabilität des Rotorsystems voraussetzt, musste ein geeigneter dezentraler Regler zur Stabilisierung des instabilen, offenen magnetgelagerten Systems entworfen und implementiert werden. Anschließend wurde zum Reglerentwurf die Dynamik (Einfluss der Lagersteifigkeit und -dämpfung sowie der gyroskopischen Effekten) des geschlossenen magnetgelagerten Systems untersucht.

Nach der Vorbereitung des Prüfstands zum Zweck einer experimentellen Validierung wurde die automatische Auswuchtstrategie konzipiert und mit Hilfe eines erstellten Prüfstandmodells in der Simulation untersucht. Es wurde bei der Entwicklung der automatischen Auswuchtstrategie ein Verfahren zur Bestimmung der

Amplituden und Phasen der drehzahlsynchronen Schwingungen, eine Strategie zur intelligenten Testunwuchtgenerierung sowie eine Methode zur adaptiven Festlegung der zulässigen Auslenkungsamplitude in Abhängigkeit der Restschwingungen, ab der eine Auswuchtung erforderlich ist, vorgestellt. Während der Simulation wurde die Machbarkeit der Strategie untersucht und eine praktikable Strategie, die am realen Prüfstand ohne große Modifikationen übertragen werden konnte, ermittelt.

Um schließlich die Praxistauglichkeit der entwickelten Strategie unter Beweis zu stellen, wurde die Methodik an der modifizierten realen Anlage angewendet. Vor der Validierung wurde die Reproduzierbarkeit der am Prüfstand vorhandenen Systeme untersucht. Hochlaufmessungen ohne Interaktion zwischen dem Maschinenbediener und der Anlage sowie ohne Überschreitung des festgelegten und meist während des Betriebes adaptierten zulässigen Schwingungsniveaus im gesamten Drehzahlbereich validieren die Effizienz der Strategie. Wichtig für die automatische Auswuchtstrategie ist die Kenntnis der Lage der schwach gedämpften Eigenfrequenzen im Betrieb, um Wuchtvorgänge bei diesen höchst empfindlichen Betriebsbereichen des Systems auszuschließen. Probleme der Strategie sind die möglichen unbeeinflussbaren Drehzahlbereiche im Betrieb, bei denen die AA keinen Einfluss auf den Wuchtzustand haben. Es muss daher bei der Platzierung der AA auf dem Rotor sichergestellt sein, dass diese im interessierenden Frequenzbereich nicht in der Nähe eines Schwingungsknotens liegen. Weitere Nachteile der Strategie resultieren aus der eingesetzten Aktorik zur Minderung der Schwingungen. Ringförmige Auswuchtaktoren, die auf Basis der Massenverteilung zweier Wuchtringe arbeiten, lassen sich aufgrund ihres kompakten Aufbaus leicht in Rotorkonstruktionen integrieren, um drehzahlsynchrone Schwingungen zu reduzieren. Leider besitzen diese Aktoren aufgrund ihrer sequentiellen oder quasi-parallelen Ansteuerung eine relativ langsame Verstelldynamik. Wegen dieses Nachteiles ist eine instationäre Unwuchtkompensation bei Drehbeschleunigung ungleich null nur begrenzt realisierbar, so dass eine Adaption der Drehbeschleunigung an der Verstelldynamik der AA zwingend erforderlich ist. Darüber hinaus hängt die erreichbare Wuchtgüte im Betrieb stark von den Eigenschaften (Auflösung und Wuchtkapazität) des eingesetzten AA sowie von der Genauigkeit des Auswertesystems zur Ermittlung der Amplituden und Phasen der drehzahlsynchronen Schwingungen ab.

Im Vergleich zu anderen bekannten aktiven Schwingungsminderungsverfahren mit Krafteinleitung, wie z.B. mit Piezoaktoren, fluidischen, elektromagnetischen oder elektrodynamischen Aktoren, stellen die Hardwarekosten zur Realisierung ei-

ner automatischen Auswuchtstrategie keinen Nachteil dar. Mit AA wird aufgrund der Verhinderung der Erregerkräfte keine permanente Energie zur Unwuchtkompensation benötigt. Es können jedoch auf eine relativ langsame Weise nur drehzahlsynchrone Erregungsmechanismen kompensiert werden.

6.2 Ausblick

In weiterzuführenden Untersuchungen sollte die entwickelte Methodik nun auf andere konventionell gelagerte rotierende Maschinen erweitert werden.

Weiterhin interessante zukünftige Untersuchungen der automatischen Auswuchtstrategie liegen im Einsatz beim Wuchten mit mehr als zwei AA zur Beruhigung sowohl der Lagerebenen als auch einer Ebene in der Mitte des Rotors (gemischte Beruhigung). Eine experimentelle Erprobung der automatischen Auswuchtstrategie mit drei AA am Prüfstand war, im Gegensatz zur theoretischen Untersuchung in der Simulation (Abschnitt 4.2.1) oder zur Lagerberuhigung mit zwei WE (Abschnitt 5.2), aufgrund nicht genügender Wuchtkapazität nicht zufriedenstellend. Zudem bestand während des Wuchtprozesses die Gefahr, aufgrund der langsamen sequentiellen Ansteuerung der AA, dass der magnetgelagerte Rotor destabilisiert wird. Dadurch dass die Ringe eines AA und die AA selbst sich nur nacheinander verstellen lassen, verursacht die Zwischenposition eines Rings oder eines AA Schwingungen mit großen Amplituden und kann damit zu einer Destabilisierung des Systems führen. Um dieses Problem zu lösen, soll eine Verstellstrategie konzipiert werden, die es gestattet, die AA und ihre Ringe quasi-parallel (abwechselnd) in mehreren Schritten auf die Position der identifizierten Ausgleichunwuchten zu bewegen, sodass der Schwingungszustand während des Ausgleichvorganges nicht kritisch wird. Eine andere Lösung besteht darin, die Ringe der AA, bei synchroner Ansteuerung aller AA, quasi-parallel zu verstellen. Dazu ist jedoch ein Mess- und Steuersystem erforderlich, das es gestattet, alle AA gleichzeitig anzusteuern.

Abschließend sollen Ansätze zur Optimierung der Wuchtgüte und vor allem der Zeitdauer des Wuchtprozesses untersucht werden. Im Folgenden sind einige Verbesserungsvorschläge nach Sicht des Verfassers zusammengestellt.

Vorschläge zur Optimierung der Wuchtgüte

Die Optimierung der Wuchtgüte lässt sich vor allem durch eine genauere Ermitt-

lung der Amplituden- und Phasen der drehzahlsynchronen Schwingungen und bessere sowie optimal axial-platzierte Auswuchtaktoren erzielen.

Eine Möglichkeit zu einer genaueren Ermittlung der Amplituden- und Phasen der drehzahlsynchronen Schwingungen besteht z.B. darin, den Drehwinkel eines am Motor angebauten Drehgebers anstatt der berechneten Drehzahl in dem Schwingungsmessverfahren zu nutzen. Diese Realisierung erfordert jedoch ein echtzeitfähiges Mess- und Steuersystem, da der Drehwinkel kontinuierlich in Echtzeit erfasst werden muss.

Bessere Auswuchtaktoren sind AA mit feinerer Auflösung und genügend Wuchtkapazität. Damit können die identifizierten Initialunwuchten optimal kompensiert werden. Hierbei hängt jedoch die erforderliche Wuchtkapazität eines AA beim Wuchten elastischer Rotoren vor allem von seiner axialen Lage auf dem Rotor bzw. von dem Betrag des Eigenvektors seiner axialen Position ab. Mit optimal axial-platzierten AA liegen die AA im gesamten Drehzahlbereich nicht in der Nähe eines Eigenformknotens und können daher mit relativ kleinen Unwuchtbeträgen den Wuchtzustand des Rotors immer beeinflussen.

Vorschläge zur Optimierung der Zeitdauer des Wuchtprozesses

Die Optimierung der Zeitdauer des Wuchtprozesses lässt sich wie nachfolgend beschrieben realisieren:

- durch Einbau eines echtzeitfähigen Mess- und Steuersystems und
- durch optimale Ansteuerung der AA in der Betriebsphase zum Nachwuchten im stationären Drehzustand.

Mit dem Einsatz eines echtzeitfähigen Mess- und Steuersystems können alle Messgrößen parallel (gleichzeitig) erfasst werden. Das gleiche gilt auch bei der Vorgabe der Sollwerte auf die angeschlossenen Steuergeräte, sodass alle AA gleichzeitig verstellt werden können. Zudem kann mit einem echtzeitfähigen Mess- und Steuersystem eine schnellere Amplituden- und Phasenmessung der drehzahlsynchronen Schwingun-

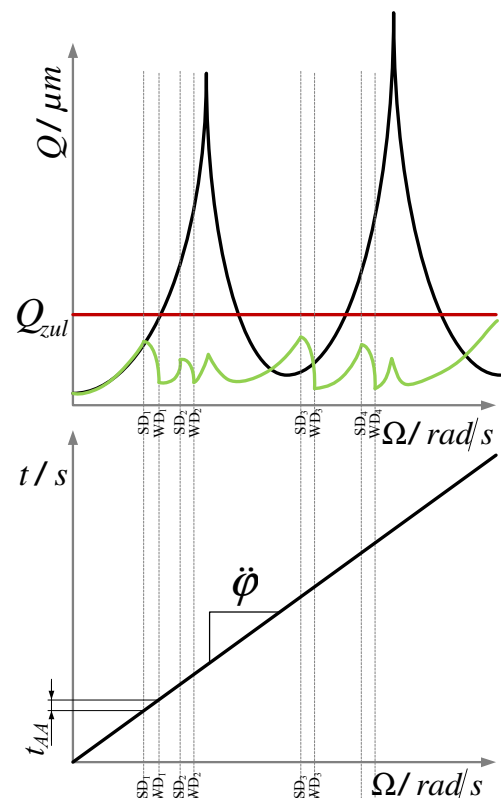


Bild 6.1: Nachwuchten beim stationären Drehzustand ohne Hochlaufabbrüche

gen erreicht und ein schnellerer Hochlauf mit einer höheren Drehbeschleunigung realisiert werden.

Mit einer optimalen Ansteuerung der AA kann man die Zeitdauer der Hochläufe in der Betriebsphase, durch Eliminierung der Hochlaufabbrüche (gemäß Bild 1.6) zur Anbringung der Ausgleichgewichte (bzw. zur Durchführung der Nachwuchtroutinen), weitgehend reduzieren und zusätzlich dazu die Laufruhe verbessern (Bild 6.1). Man kann in der Tat Schaltdrehzahlen (SD) dicht vor den Wuchtdrehzahlen (WD) einführen, sodass im Zeitintervall zwischen SD und WD eine schnelle Verstellung aller AA in die Kompensationsstellungen im instationären Drehzustand stattfindet. Dadurch wird die Betriebsdrehzahl schneller erreicht (so schnell wie bei einem Hochlauf-Neutralbetrieb), ohne dass die Schwingungen die Toleranzschwelle überschreiten. Zur optimalen Festlegung der Schaltdrehzahlen kann die folgende Gleichung herangezogen werden:

$$WD_{r-1} \leq SD_r < WD_r - \ddot{\phi} t_{AA}, \quad r = 1 \dots R \quad (6.1)$$

Hierbei ist t_{AA} die erforderliche Zeitdauer zur Verstellung aller AA in die Kompensationsstellungen, $\ddot{\phi}$ die Drehbeschleunigung des Hochlaufs und R die Anzahl der Wuchtdrehzahlen.

Bild A 17 im Anhang demonstriert die Machbarkeit des oben vorgeschlagenen Ansatzes beim Durchfahren der ersten kritischen Drehzahl in einem Drehzahlbereich von 1000 1/min bis 3000 1/min, jedoch bei einer relativ kleinen Drehbeschleunigung. Es stellt eine Echtzeitmessung eines Hochlaufes in der Betriebsphase mit dem vorgeschlagenen Ansatz bei einer Drehbeschleunigung von $\ddot{\phi} = 2,092 \text{ 1/s}^2$ mit $t_{AA} = 6$ Sekunden und $SD_r = WD_r - \ddot{\phi}[t_{AA} + 1]$ dar. Man erkennt ferner im Bild A 17, dass die Toleranzschwelle nur aufgrund der impulserzeugten Schwingungen bei der Verstellung der AA (siehe Abschnitt 2.2.3 und Abschnitt 3.1.2) überschritten wird.

LITERATUR

- [1] **Adler, K.; Neumeuer, D. und Nordmann, R.:** *Active Unbalance Generation for failure Simulation in Turbo Engines*. Williamsburg, Proceedings Active, 2004.
- [2] **Adler, K.; Schalk, C. und Nordmann, R.:** *Active Balancing of Supercritical Rotor in Active Magnetic Bearings*. Schweiz, ISMB 10, 2006.
- [3] **Adler, K. und Nordmann, R.:** *Usage of Active Balancing Devices for an Overcritical Operating Rotor Supported by Active Magnetic Bearings*. Adelaide, Australia, Active, 2006.
- [4] **Adler, K.:** *Aktives Wuchten eines im Magnetlagern überkritisch betriebenen Rotors*. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, Shaker Verlag, 2007.
- [5] **Aenis, M.:** *Einsatz aktiver Magnetlager zur modellbasierten Fehlerdiagnose in einer Kreiselpumpe*. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, Shaker Verlag, 2002.
- [6] **Alauze, C.:** *Equilibrage actif des machines tournantes: Application aux grandes lignes d'arbres*. INSA Lyon, Dissertation, 1998.
- [7] **Alauze, C.; Gaudiller, L. und Der Hagopian, J.:** *Active Balancing of Turbomachinery: Application to Large Shaft Lines*. Journal of Sound and Vibration 7, S. 249-278, 2001.
- [8] **Balda, M.:** *Optimum Balancing of Flexible Rotors*. International Conference on Rotor Dynamics, 7, 2006.
- [9] **Belz, J.:** *Modalanalysegestützte Unwuchtidentifikation elastischer Rotoren*. UG Kassel, Dissertation, 1997.
- [10] **Bishop, R. und Gladwell, G.:** *The Vibration and Balancing of an Unbalanced Flexible Rotor*. Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 1, S. 1-66, 1959.
- [11] **Bishop, R. und Parkinson, A.:** *On the Possibility of Balancing of an Unbalanced Flexible Rotor*. Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 24, S. 201-220, 1972.
- [12] **Bishop, R.:** *On the Use of Balancing Machines for Flexibles Rotors*. ASME Transactions, Journal of Engineering for Industry, Vol. 94, S. 561-576, 1972.
- [13] **Burrows, C. und Sahinkaya, M.:** *Vibration Control of Multi-Mode Rotor-Bearing System*. Proceedings of the Royal Society of London, Vol. 386, S. 77-94, 1983.

-
- [14] **Darlow, M. 1989.** *Balancing of High-Speed-Machinery: Theory, Methods and Experimental Results.* New York, Springer-Verlag, 1989.
- [15] **De Silva, R.:** *Auswuchten elastischer Rotoren nach nur einem transienten Messlauf.* Fortschr. Ber., VDI Reihe 11, Nr. 143, 1991.
- [16] **De Vegte, V. J.:** *Continuous automatic Balancing of Rotating Systems.* Journal of Mechanical Engineering Science, 6, S. 624-269, 1964.
- [17] **De Vegte, Van und Lake, R. T.:** *Balancing of rotating systems during operation.* Journal of Sound and Vibration, S. 225-235, 1978.
- [18] **Drechsler, J.:** *Reduktion des experimentellen Aufwandes beim Auswuchten durch systematische Kombination von Messung und Rechnung.* VDI Berichte Nr. 269, 1976.
- [19] **Drechsler, J. und Gasch, R.:** *Computergestütztes Auswuchten elastischer Rotoren nach Eigenformtheorie und Einflusskoeffizientenverfahren.* Ingenieur-Archiv, 47, S. 267-283, 1978.
- [20] **Drechsler, J. und Gasch, R.:** *Modales Auswuchten elastischer Läufe ohne Testgewichtsetzungen.* VDI Bericht 320, S. 45-54, 1978.
- [21] **Drechsler, J.:** *Auswuchten und Systemidentifikation.* VDI-Bericht, Vol. 536, S. 141-154, 1984.
- [22] **Dyer, S; Ni, J.; Shi, J. und Zhuang Z.:** *Auto-Tuning adaptive supervisory control of single plane active balancing systems.* Transactions of NAMRI/SME, Vol. 28, 2000.
- [23] **Dyer, S. und Ni, J.:** *Adaptive Influence Coefficient Control of Single-Plane Active Balancing Systems for Rotating Machinery.* Journal Manufacturing Science and Engineering, Vol. 123, S. 291-298, 2001.
- [24] **Dyer, S. W. und Danz, G.:** *Active Balance Control to reduce Rotating Machinery Vibration - Practical Examples and Economic Justification.* VDI Bericht 1606, VDI Bericht, 2001.
- [25] **Dyer, S.; Shin, K-K.; Zhou, S.; Ni, J. und Shi, J.:** *Real-Time Analysis of Nonstationary Vibration Signals for Control of Rotating Machine during Angular Acceleration.* Galtinburg, Tennessee, Maintenance and Reliability Conf. MARCON, 2001.
- [26] **Dyer, S., Ni, J. und Shi, J. und Shin, K-K.:** *Robust Optimal Influence-Coefficient Control of Multiple-Plane Active Rotor Balancing Systems.* ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 124, S. 41-46, 2002.

- [27] **Dyer, S., Hackett, B. und Kerlin, J.:** *Electromagnetically Actuated Rotating Imbalance Compensator*. U.S. Patent, No. 5757662, 1998.
- [28] **El-Shafei, A.; El-Kabbany, A. S. und Yonnan, A. A.:** *Rotor Balancing without Trial Weights*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 126, S. 604-609, 2004.
- [29] **Foiles, W. C.; America BP und Allaire P. E.:** *Single Plane and Multi-Plane Rotor Balancing Using Only Amplitude*. International Conference on Rotor Dynamics, 7, 2006.
- [30] **Fürst, S.:** *Aktive Lagerabstützung zur Dämpfung elastischer Rotoren*. Fortschritt-Berichte, VDI Reihe 11, Nr. 132, VDI-Verlag, 1990.
- [31] **Gähler, C.:** *Rotor Dynamic Testing and Control with Active Magnetic Bearings*. ETH Zürich, Dissertation, 1998.
- [32] **Gasch, R und Knote, K.:** *Strukturdynamik: Kontinua und ihre Diskretisierung*. Band I und II, Berlin, Springer Verlag, 1989.
- [33] **Gasch, R.; Nordmann, R. und Pfützner, H.:** *Rotordynamik* 2. vollständig neubearbeitete und erweiterte Auflage, Berlin, Springer Verlag, 2001.
- [34] **Gnielka, P.:** *Auswuchten elastischer Rotoren mit Hilfe aktiver Stellglieder*. Fortschritt Bericht, VDI Reihe 11, Nr. 115, 1989.
- [35] **Goodman, T.:** *A Least Square Method for Computing Balance Corrections*. Transactions ASME Ser. B. J. Eng. Ind., 86, S. 273-279, 1964.
- [36] **Gosiewski, Z.:** *Automatic Balancing of Flexible Rotors, Part I, Part II*. Journal of Sound and Vibration, Vol. 100, S. 551-567, Vol. 114, S. 103-119, 1985, 1987.
- [37] **Gröbel, K.:** *Experimentelle Untersuchung des selbsttätigen Auswuchten in zwei Ebenen*. SIRM, Schwingungen in rotierenden Maschinen VI, S. 133-143, Vieweg Verlag, 2003.
- [38] **Gutierrez-Wing, E. S. und Teloxa-Reyes, J.:** *A Modal Approach to the Balancing of Rotors Affected by Gyroscopic Moments*. International Conference on Rotor Dynamics, 7, 2006.
- [39] **Herzog, R; Bühler, P.; Gähler, C. und Larssonneur, R.:** *Unbalance Compensation Using Generalized Notch Filters in the Multivariable Feedback of Magnetic Bearings*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 4, No. 5, S. 580-586, 1996.

-
- [40] **Hirschmanner, M.:** *Control of Unbalance and Self Exciting Forces by Active Magnetic Bearings*. Universität Wien, Dissertation, 2003.
- [41] **Horst, H.:** *Aktive Schwingungsminderung an elastischen Rotoren mittels piezokeramischer Aktoren*. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2005.
- [42] **Hredzak; Branislav und Guo, G.:** *New electromechanical balancing device for active imbalance compensation*. Journal of Sound and Vibration 294, S. 737-751, 2006.
- [43] **Isermann, R.:** *Identifikation dynamischer Systeme I und II*. 2. Auflage, Berlin, Springer Verlag, 1992.
- [44] **ISO-11342:** *Mechanical Vibration - Methods and Criteria for the Mechanical Balancing of Flexible Rotors*. 1998.
- [45] **Johnson, E. M; Nascimento, L. P.; Kasarda, M.; Fuller, C. P.:** *The Effects of Actuator and Sensor Placement on the Active Control of Rotor Unbalance*. Journal of Vibration and Acoustics Vol. 125, S. 365-373, 2003.
- [46] **Kanki, H. und Kawanishi, M.:** *Review of High Speed Balancing Technology*. International Conference on Rotor Dynamics, 7, 2006.
- [47] **Kellenberger, W.:** *Elastisches Wuchten*. Berlin, Springer Verlag, 1987.
- [48] **Kim, Y. D. und Lee, C. W.:** *Determination of the optimal balancing head location on flexible rotors using a structural dynamics modification algorithm*. Proceedings Inst. Mech. Eng., Vol. 199, S. 19-25, 1985.
- [49] **Kim, J. S. und Lee, S. H.:** *The Stability of active balancing control using influence coefficients for a variable rotor system*. Int. Journal of Adv. Manuf. Techn., Vol. 22, S. 562-567, 2003.
- [50] **Knospe, C. und Tamer, S.:** *Experiments in Robust Unbalance Response Control*. Elsevier Science, Mechatronics, Vol. 7, S. 217-229, 1997.
- [51] **Knospe, C.; Hope, R., Fedigan, S. und Williams, R.:** *Experiments in the Control of Unbalance Response Using Magnetic Bearings*. Mechatronics, Vol. 5, S. 385-400, 1995.
- [52] **Knospe, C.; Tamer, S. und Fedigan, S.:** *Robustness of Adaptive Unbalance Control of Rotors with Magnetic Bearings*. Elsevier Science, Journal of Vibration and Control, Vol. 2, S. 33-52, 1997.

- [53] **Kreuzinger-Janik, T. und Irretier, H.:** *Unbalance Identification of Flexible Rotors based on Experimental Modal Analysis*. IMech E, 2000.
- [54] **Krüger, T.; Aenis, M.; Neumeuer, D.; Schönhoff, U. und Nordmann, R.:** *Modellbildung und Reglerentwurf zu aktiven Magnetlagersystemen für elastische Rotoren*. SIRM : Schwingungen in rotierenden Maschinen V, S. 41-48, 2001.
- [55] **Lee, W.; Schumacher, W. und Canders, W.:** *Unbalance Compensation on AMB System without a Rotational Sensor*. JSME International Journal, Series C, Vol. 46, No. 2, S. 423-428, 2003.
- [56] **Lingener, A.:** *Auswuchten - Theorie und Praxis*. Berlin, Verlag Technik, 1992.
- [57] **Lösch, F.:** *Identification and Automated Controller Design for Active Magnetic Bearing Systems*. ETH Zürich, Dissertation, 2002.
- [58] **Lum, K.; Coppola, V. und Bernstein, D.:** *Adaptive Autocentering Control for an Active Magnetic Bearing Supporting a Rotor with Unknown Mass Imbalance*. IEEE Transactions Control System Technology, Vol. 4, No. 5, S. 587-597, 1996.
- [59] **Manchala, D. W. und Palazallo, A. B.:** *Constrained quadratic programming, active control of rotating mass imbalance*. Journal of Sound and Vibration 205, S. 561-580, 1997.
- [60] **Manchala, D.; Palazzolo, A.; Kascak, A.; Montague, G. und Brown, G.:** *Active Vibration Control of Sudden Mass Imbalance in rotating machinery*. Chicago, Active Control of Vibration, AME Press, DE-Vol. 75, S. 133-148, 1994.
- [61] **Markert, R.:** *System- und Unwuchtidentifikation von elastischen Rotoren aus Anfahrmessungen*. VDI Bericht, 536, S. 121-139, 1984.
- [62] **Markert, R.:** *Rotordynamik und Auswuchttechnik*. Skript zur gleichnamigen Vorlesung, Technische Universität Darmstadt, 2005.
- [63] **Mehldahl, A.:** *Auswuchten elastischer Rotoren*. Z. angew. Math. Mech, Bd. 34, Nr. 8/9, S. 317-318, 1954.
- [64] **Messaykeh, H.:** *Reglerentwurf für einen magnetgelagerten elastischen Rotor*. Technische Universität Darmstadt, Studienarbeit, 2008.
- [65] **Moon, T-D.; Kim, B-S. und Lee, S-H.:** *Development of the active balancing device for high speed spindle system using influence coefficients*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 46, S. 978-987, 2006.

-
- [66] **Müller, M.:** *Ein neues Verfahren zum Auswuchten elastischer Rotoren.* Ing. Arch. 54, S. 98-106, 1984.
- [67] **Natke, H.:** *Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse.* Wiesbaden, Vieweg Verlag, 1983.
- [68] **Neumeuer, D.:** *Ein Beitrag zum aktiven Auswuchten mit Ringwuchtsystemen.* Technische Universität Darmstadt, Shaker Verlag, 2006.
- [69] **Neumeuer, D. und Kaufeld, M.:** *Active Balancing for High Speed Machining - Objectives and Limits.* Seventh International Conference on High Speed Machining, 2008.
- [70] **Nordmann, R.:** *Schwingungsberechnung von nichtkonservativen Rotoren mit Hilfe von Links- und Rechtseigenvektoren.* VDI-Bericht 269, S. 175-182, 1976.
- [71] **Nordmann, R.:** *Einführung in die Methode der Modale Analyse.* Umdruck zur Vorlesung Modale Analyse, Universität Kaiserslautern, 1990.
- [72] **Nordmann, R.:** *Mechatronische Systeme im Maschinenbau I und II.* Aachen, Shaker Verlag, 2004.
- [73] **Nordmann, R.:** *Schwingungen,* Dubbel O8-O27. Berlin, Springer Verlag, 2005.
- [74] **Pietruszka, W.:** *Matlab und Simulink in der Ingenieur Praxis: Modellbildung, Berechnung und Simulation.* Wiesbaden, Teubner Verlag, 2006.
- [75] **Porto Florido, G.:** *Untersuchung eines automatischen Betriebswuchtprozesses zur gemischten Beruhigung.* Technische Universität Darmstadt, Studienarbeit, 2008.
- [76] **Rau, F.:** *Optimierung der Zeitdauer und Wuchtgüte eines automatischen Betriebswuchtprozesses.* Technische Universität Darmstadt, Studienarbeit, 2008.
- [77] **Saldarriaga, M. V. und Steffen, V.:** *Balancing of Flexible Machines Without Trial Weights Using Optimization Techniques.* International Conference on Rotor Dynamics, 7, 2006.
- [78] **Schneider, H.:** *Auswuchttechnik.* 7. Auflage, Berlin, Springer Verlag, 2007.
- [79] **Schönhoff, U., Eisenträger, P. und Nordmann, R.:** *Reduction of finite element models of flexible structures for controller design and integrated modelling.* Leuven, Belgium : International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA 25, 2000.
- [80] **Schönhoff, U.:** *Practical Robust Control of Mechatronic Systems with Structural Flexibilities.* Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2003.

- [81] **Schweitzer, G., Traxler, A. und Bleuler, H.:** *Magnetlager: Grundlagen, Eigenschaften und Anwendungen berührungsfreier, elektromagnetischer Lager*. Berlin, Springer Verlag, 1993.
- [82] **Seidler, M.:** *Instationäres Auswuchten elastischer Rotoren*. Fortschr. Ber., VDI Reihe 11, Nr. 314, 2002.
- [83] **Shin, K-K. und Ni, J.:** *Adaptive Control of Multi-Plane Active Balancing Systems for Speed-Varying Rotors*. Trans. of the ASME, Vol. 125, 2003.
- [84] **Thearle, E.:** *Automatic Dynamic Balancers*. Machine Design, Vol. 22, S. 119-124, 1950.
- [85] **Tonkonog; Weigand; Eberlen und Sattler.:** *Experimentelle Untersuchung der Anwendbarkeit einer automatisierten Auswuchtprozedur*. Technische Universität Darmstadt, Advanced Design Project, 2008.
- [86] **Ulbrich, H.:** *Active Vibration Control of Rotors*. IFTOMM, 5th International Conference on Rotor Dynamics, Vieweg Verlag, 1998.
- [87] **Wiegel, F.:** *Theoretische Untersuchung eines instationären Auswuchtverfahrens an einem Simulationsbeispiel*. Technische Universität Darmstadt, Studienarbeit, 2008.
- [88] **Wölfel, H.:** *Maschinendynamik I*. Skript zur gleichnamigen Vorlesung, Technische Universität Darmstadt, 2003.
- [89] **Xiantong, Z.:** *Aktive Regel- und Kompensationsstrategien für magnetgelagerte Mehrfreiheitsgrad-Rotoren*. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2003.
- [90] **Yu, X.:** *General Influence Coefficient Algorithm in Balancing of Rotating Machinery*. International Conference on Rotor Dynamics, 6, S. 123-129, 2002.
- [91] **Zang, C.; Lees, A. W. und Friswell, M. I.:** *Multiplane balancing of a rotating machine using a single transducer*. International Conference on Rotor Dynamics, 6, S. 130-136, 2002
- [92] **Zied, T.:** *Modellbildung und Untersuchung des dynamischen Verhaltens eines magnetgelagerten Rotorsystems*. Technische Universität Darmstadt, Studienarbeit, 2008.
- [93] **Zhou, S. und Shi, J.:** *Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: a Survey*. The Shock and Vibration Digest, Vol. 33, No. 4, S. 361-371, 2001.

-
- [94] **Zhou, S.; Shi, J. und Dyer, S.:** *Active Balancing and Optimal Balancing Plane Selection of Rotors during Acceleration*. ASME Transactions, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2001.
- [95] **Zhou, S.; Dyer, S; Shi; Shin, K-K. J. und Ni, J.:** *Extended Influence Coefficient Method for Rotor Active Balancing during Acceleration*. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 126, S. 219-223, 2004.
- [96] **Zumbach, M.; Schweitzer, G. und Schoellhorn, K.:** *Online Thermal Balancing Technique for a large Turbo-Generator*. ASME Journal Vibration and Acoustics, Vol. 114, No. 1, S. 60-66, 1992.
- [97] **Zurmühl, R.:** *Matrizen und ihre technische Anwendungen*. 4. Auflage, Berlin, Springer Verlag, 1964.

ANHANG

Anhang A: Optimaler Regler

Im Bild 3.11 links unten erkennt man, dass die erste Mode bei 28 Hz sowie die dritte Mode bei 265 Hz immer noch nicht optimal gedämpft sind. Dies deutet darauf hin, dass der ausgelegte Regler noch nicht optimal ist. Die Erhöhung der Stabilitätsreserve dieser beiden Moden erfolgt durch Reduzierung der k_P -Werte bei gleichzeitiger Verdopplung der k_D -Werte:

$$C_{1,2}(s) = 0,3 + \frac{4e^{-4}s}{5e^{-4}s + 1} + \frac{0,0056}{s}, \quad C_{3,4}(s) = 0,3 + \frac{40e^{-4}s}{5e^{-4}s + 1} + \frac{0,0056}{s} \quad (A)$$

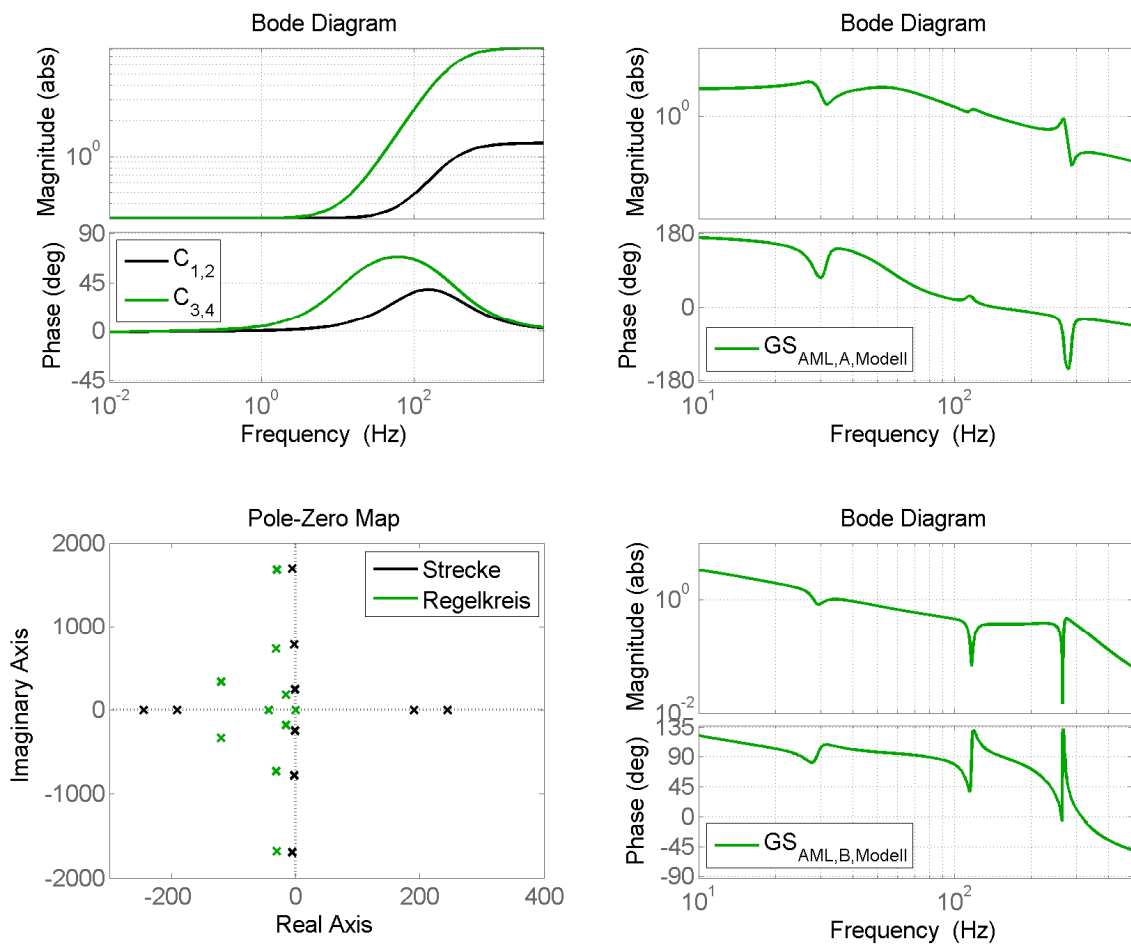
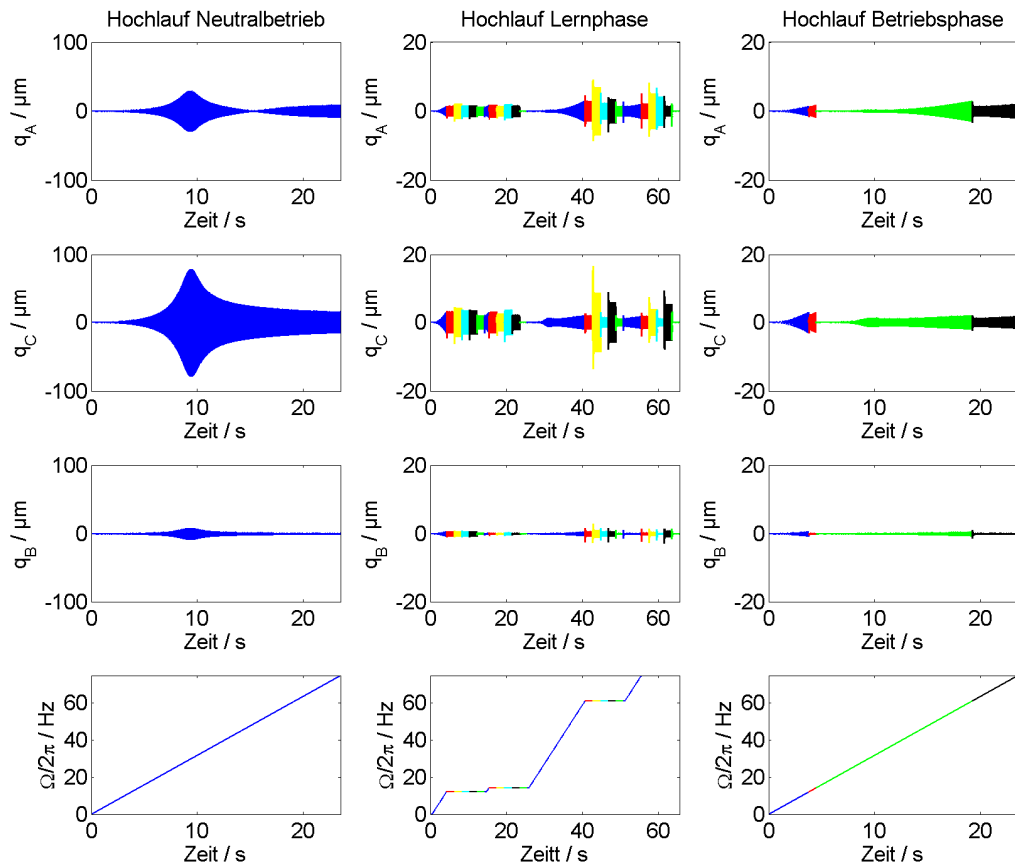


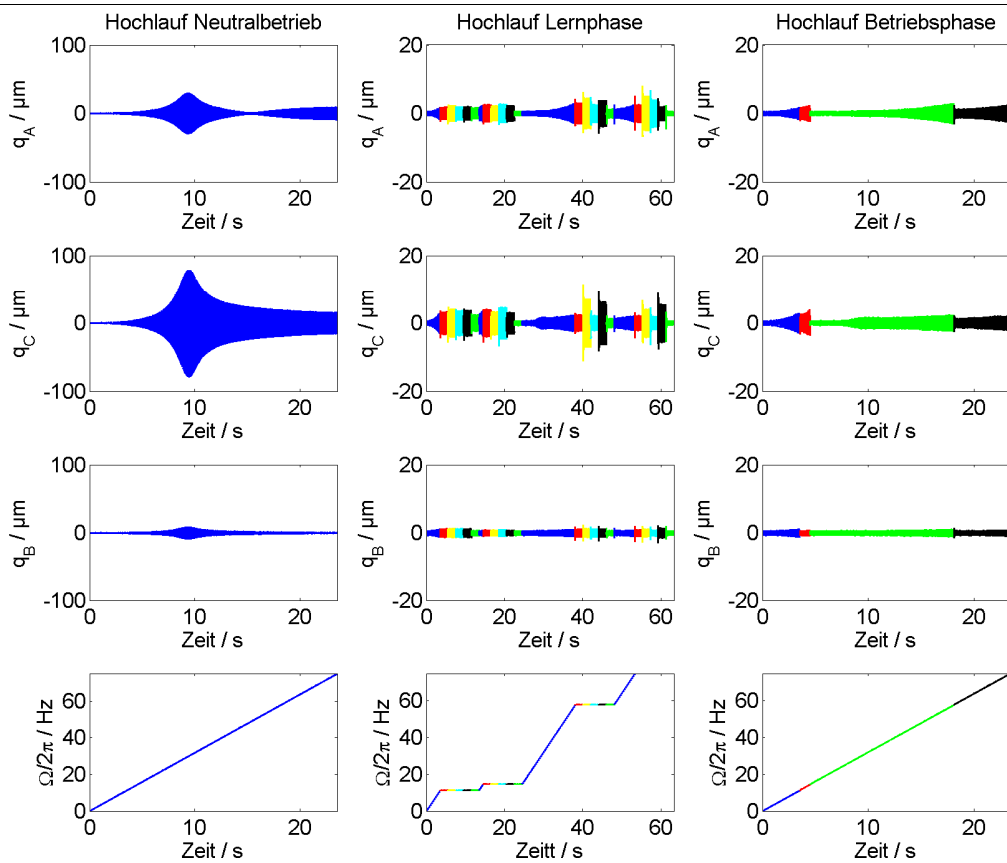
Bild A 1: Optimierter Regler: Übertragungsfunktion, Pole-Nullstelle-Diagramm und Störübertragungsfunktionen der lokalen Systemen

Anhang B: Simulationsergebnisse mit dem optimierten Regler bei gleicher Initialunwucht wie in Bild 4.6

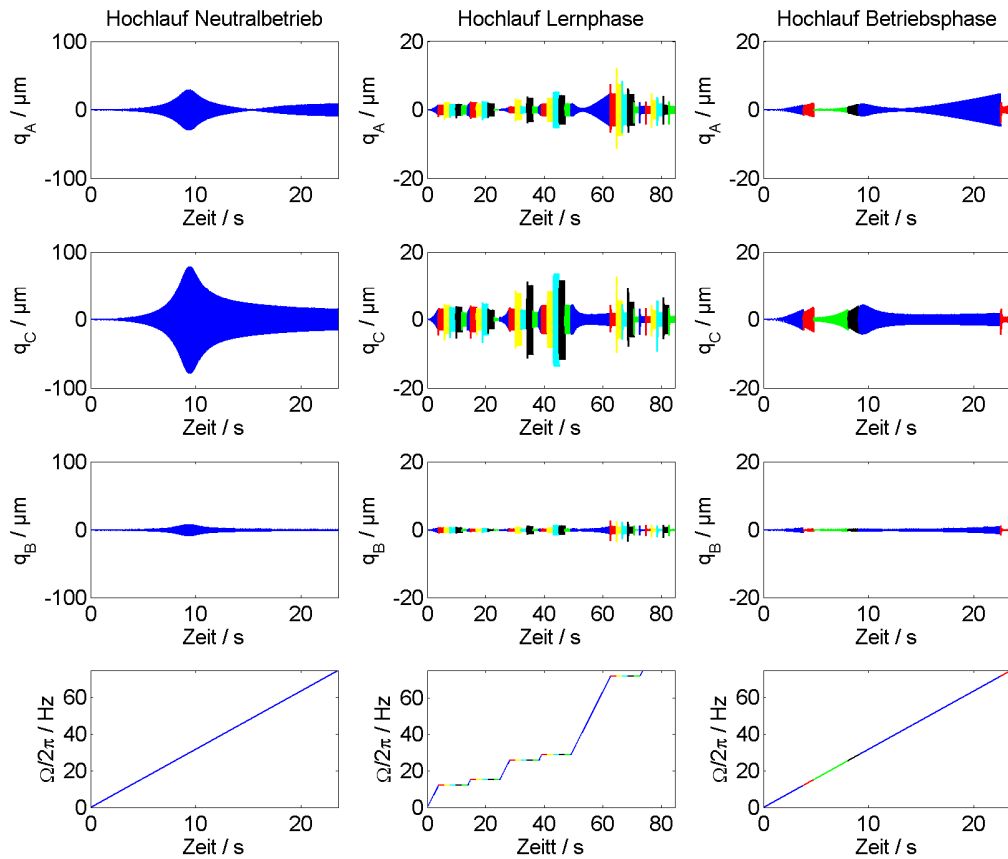
Fall 1



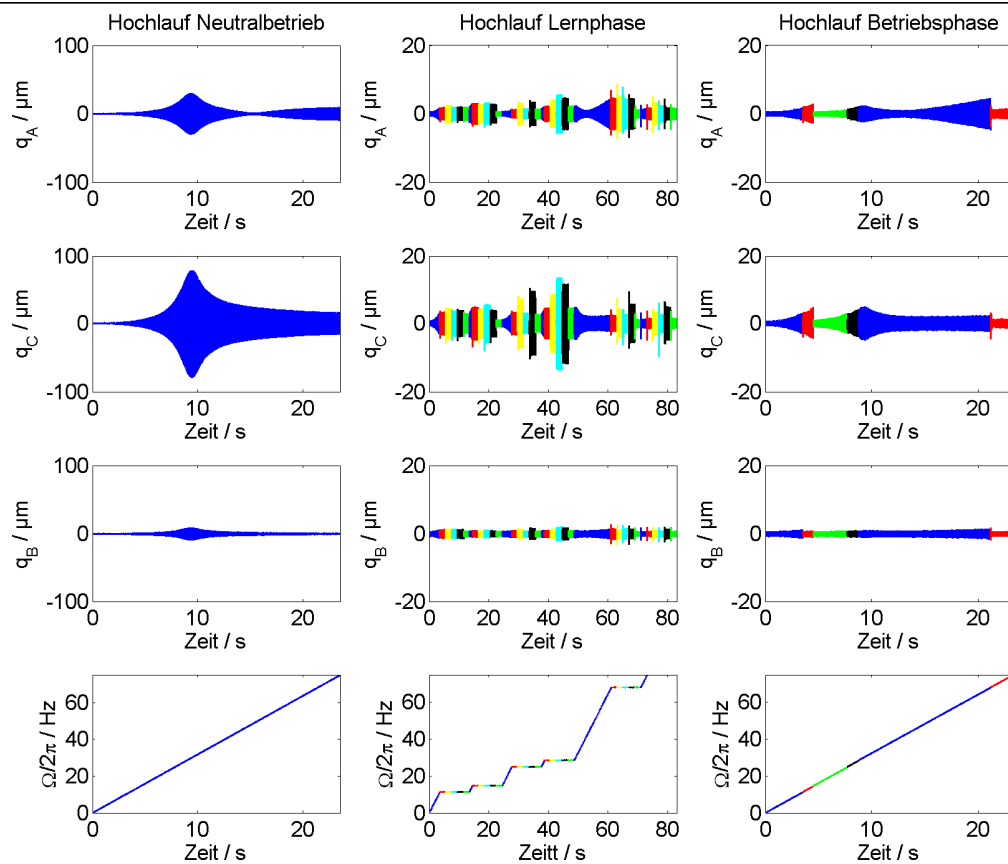
Fall 2



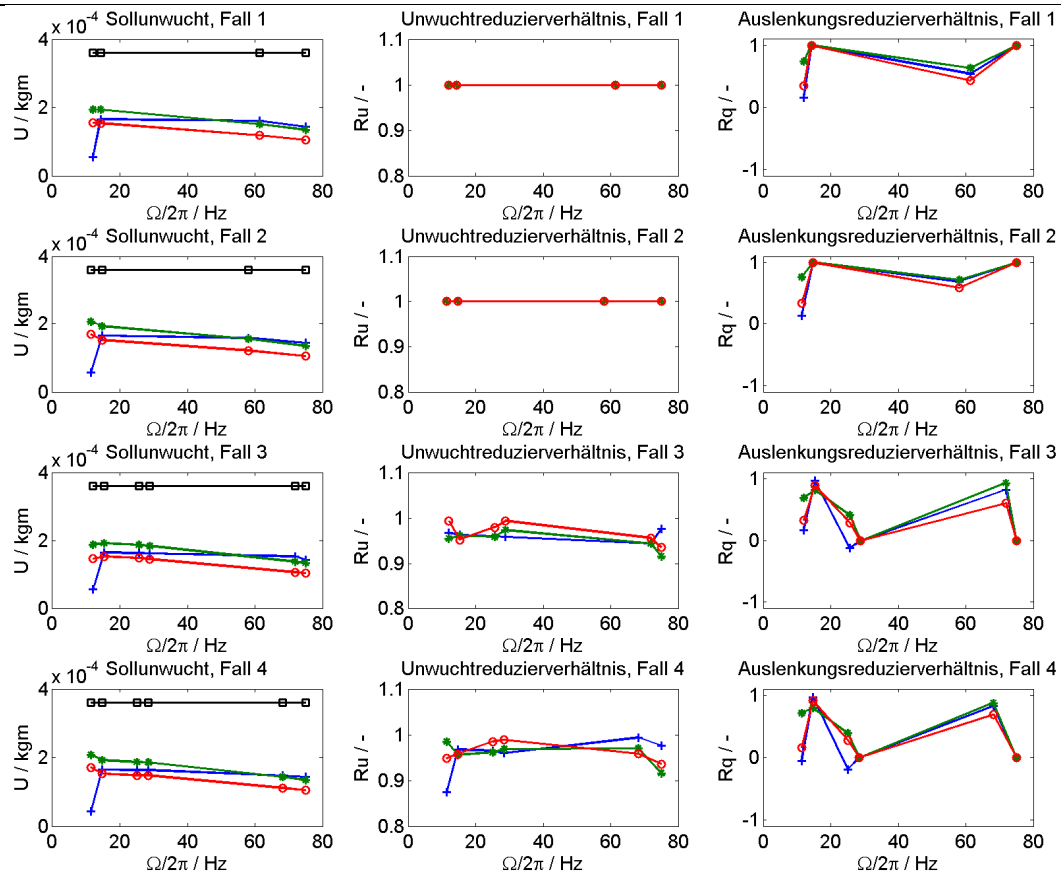
Fall 3



Fall 4



Bewertung

Bild A 2: Simulationsergebnisse mit $Q_{zul,init} = 3\mu\text{m}$, $\Delta q = 5\%$, $\kappa = 1.2$

	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
Wuchtdrehzahl / Hz	12,071	11,395	12,071	11,395
	14,280	14,692	15,293	14,692
	61,300	58,067	25,648	25,018
	75,000	75,000	28,831	28,486
			71,901	68,167
			75,000	75,000

Anhang C: Reproduzierbarkeitsergebnisse (Abschnitt 5.1.2): Unwucht-Auslenkung

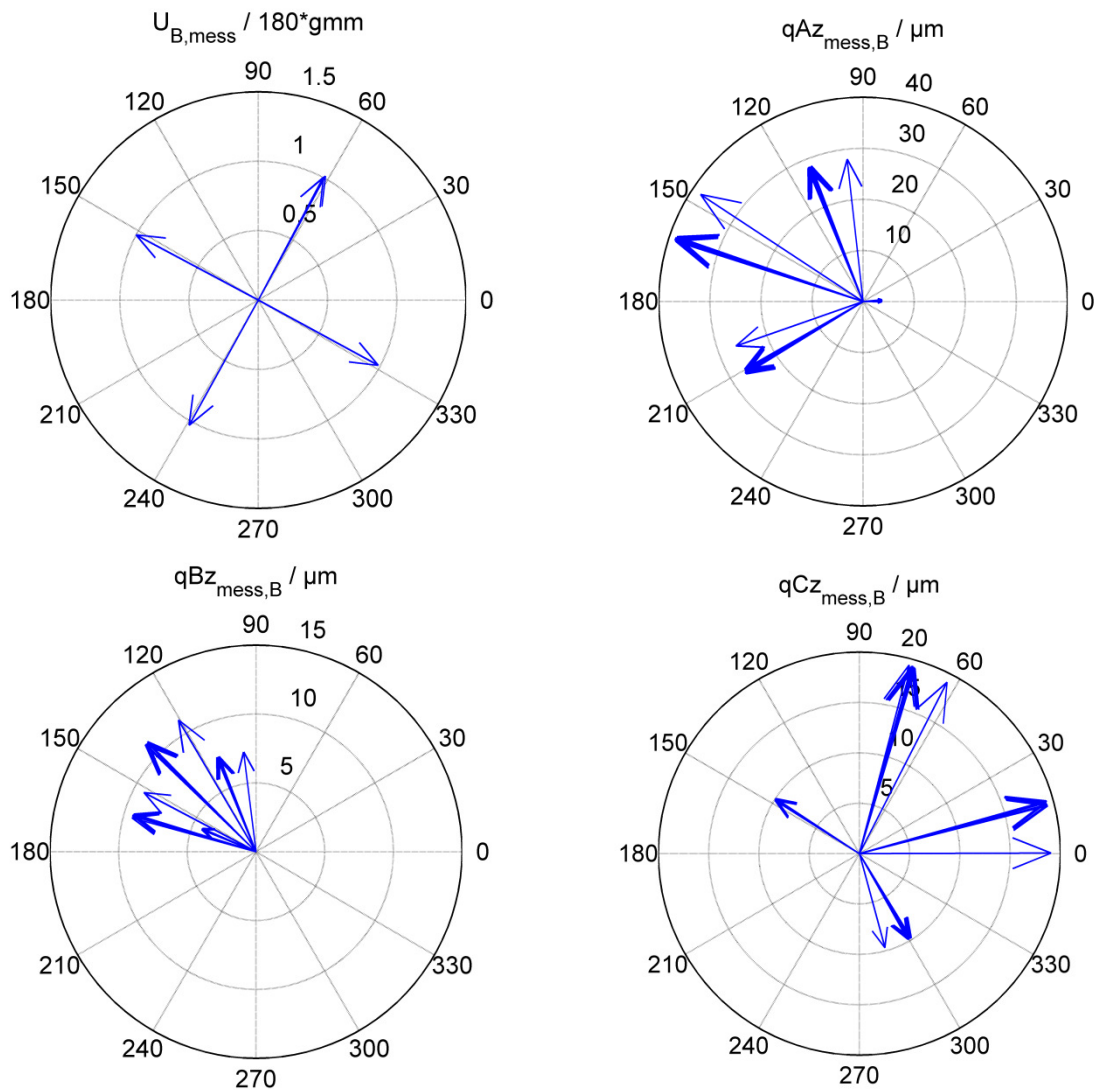
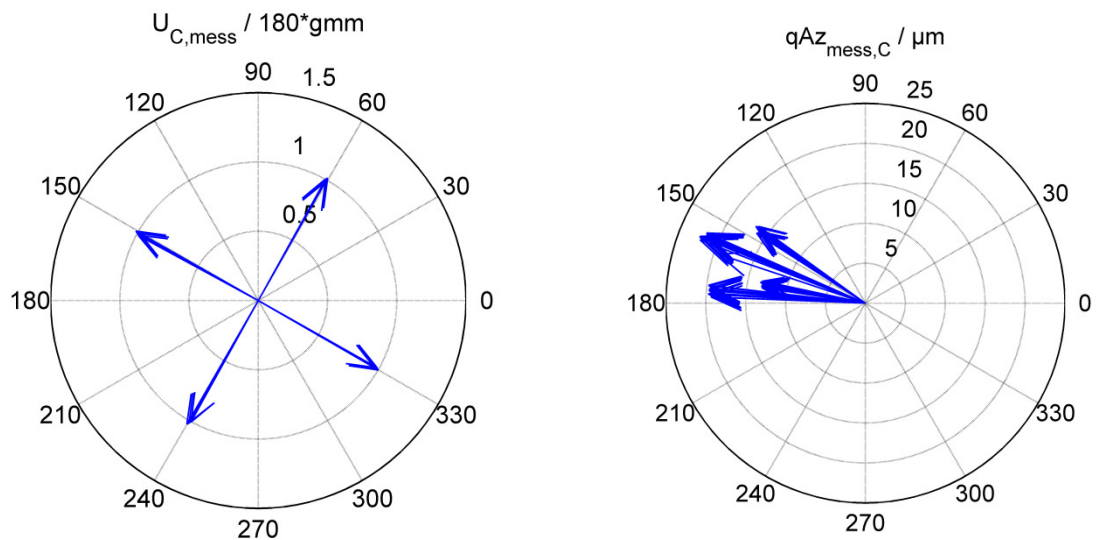


Bild A 3: Unwuchterregungen an der WE B und entstehende drehzahlsynchrone Schwingungen in der komplexen Darstellungsform



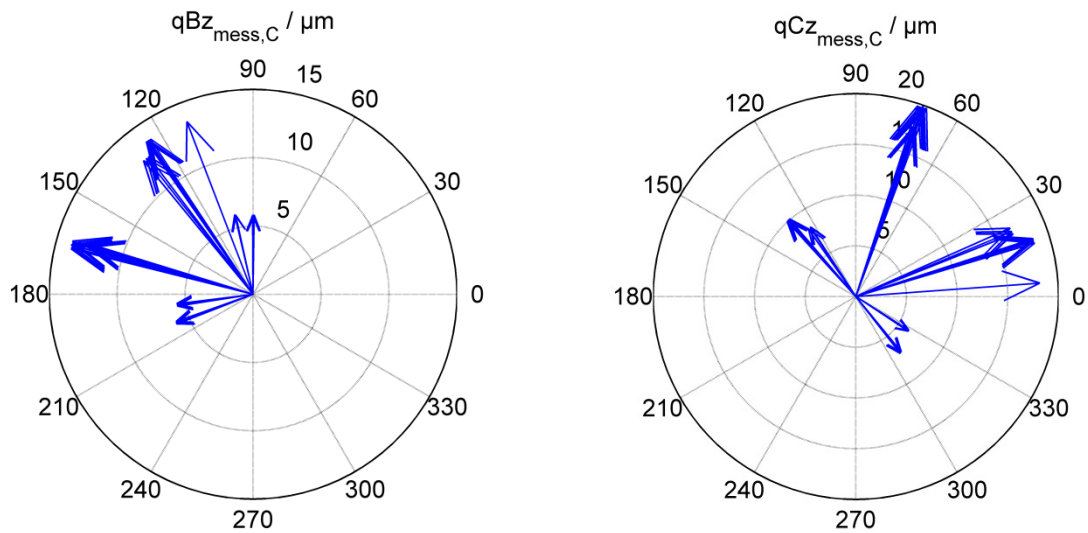


Bild A 4: Unwuchterregungen an der WE C und entstehende drehzahlsynchrone Schwingungen in der komplexen Darstellungsform

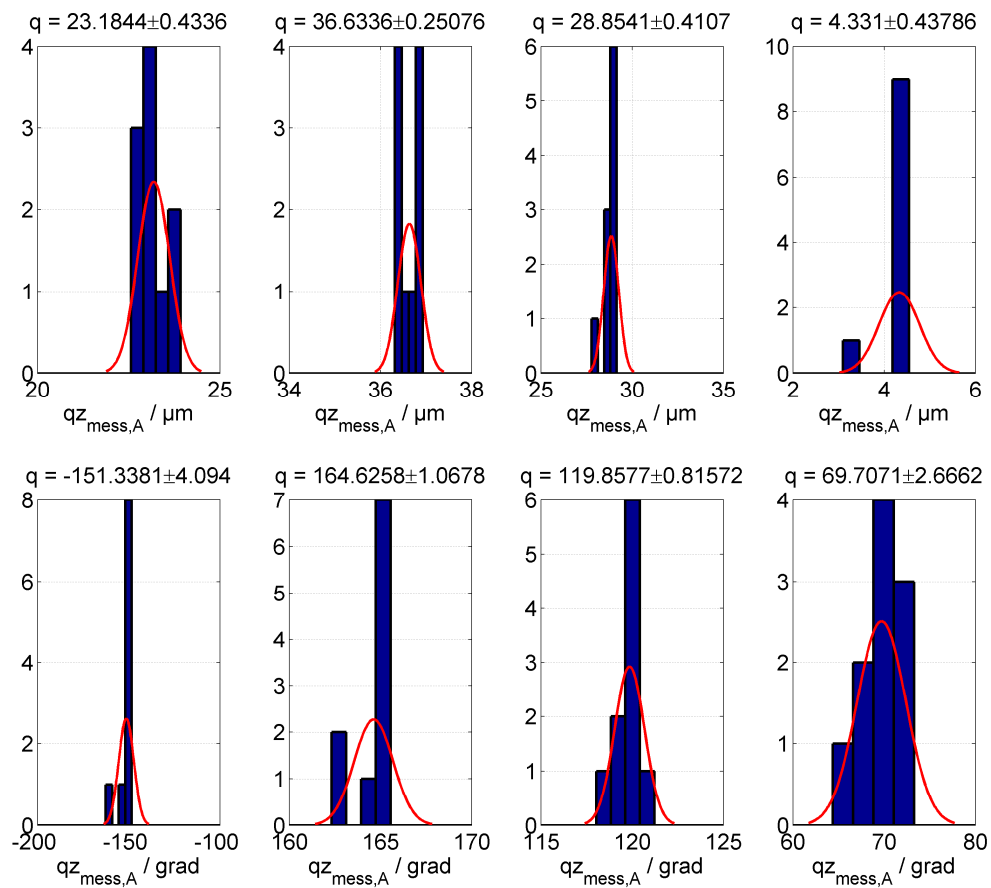


Bild A 5: Amplitude und Phase der Auslenkungen in z-Richtung an der ME A aufgrund der Unwuchten am WE A entsprechend Bild 5.2

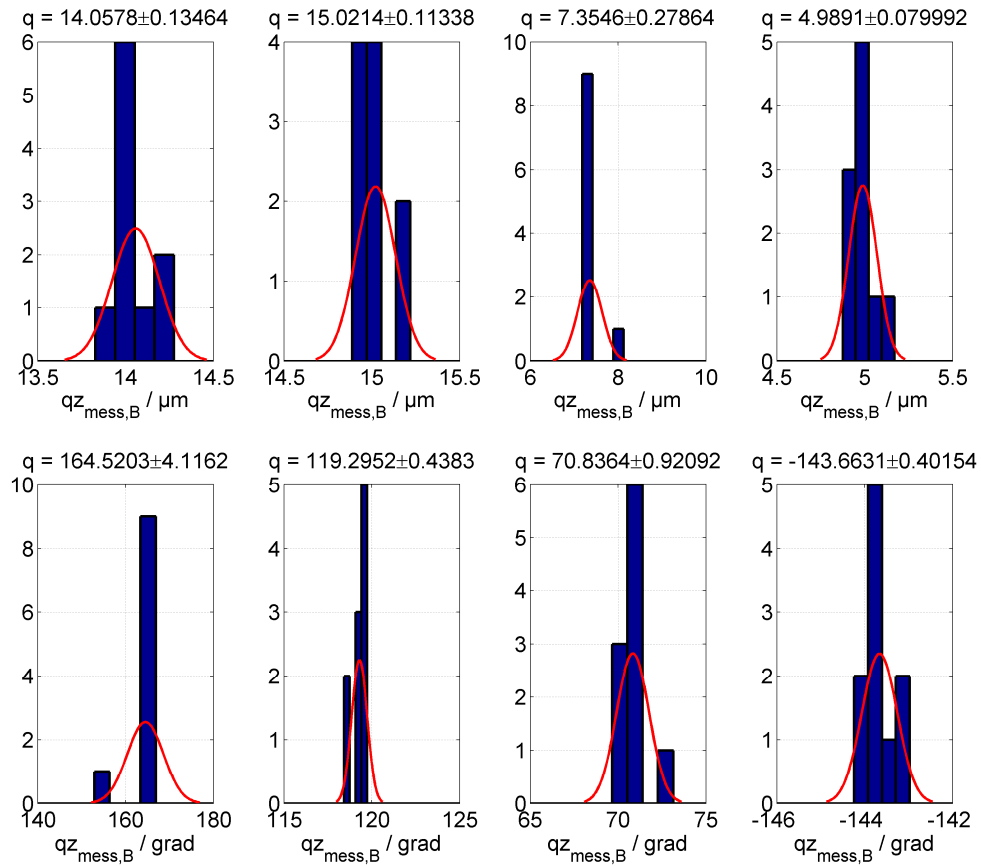
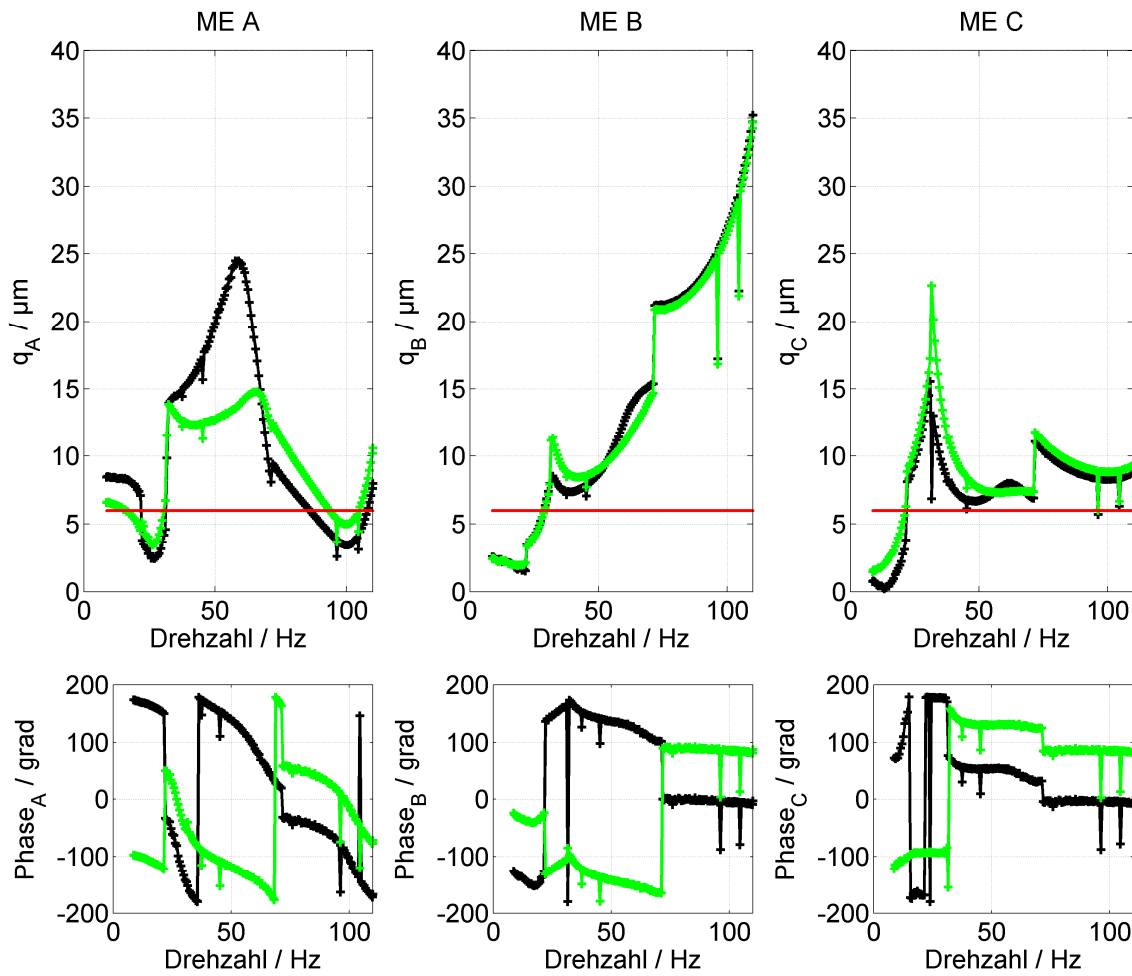
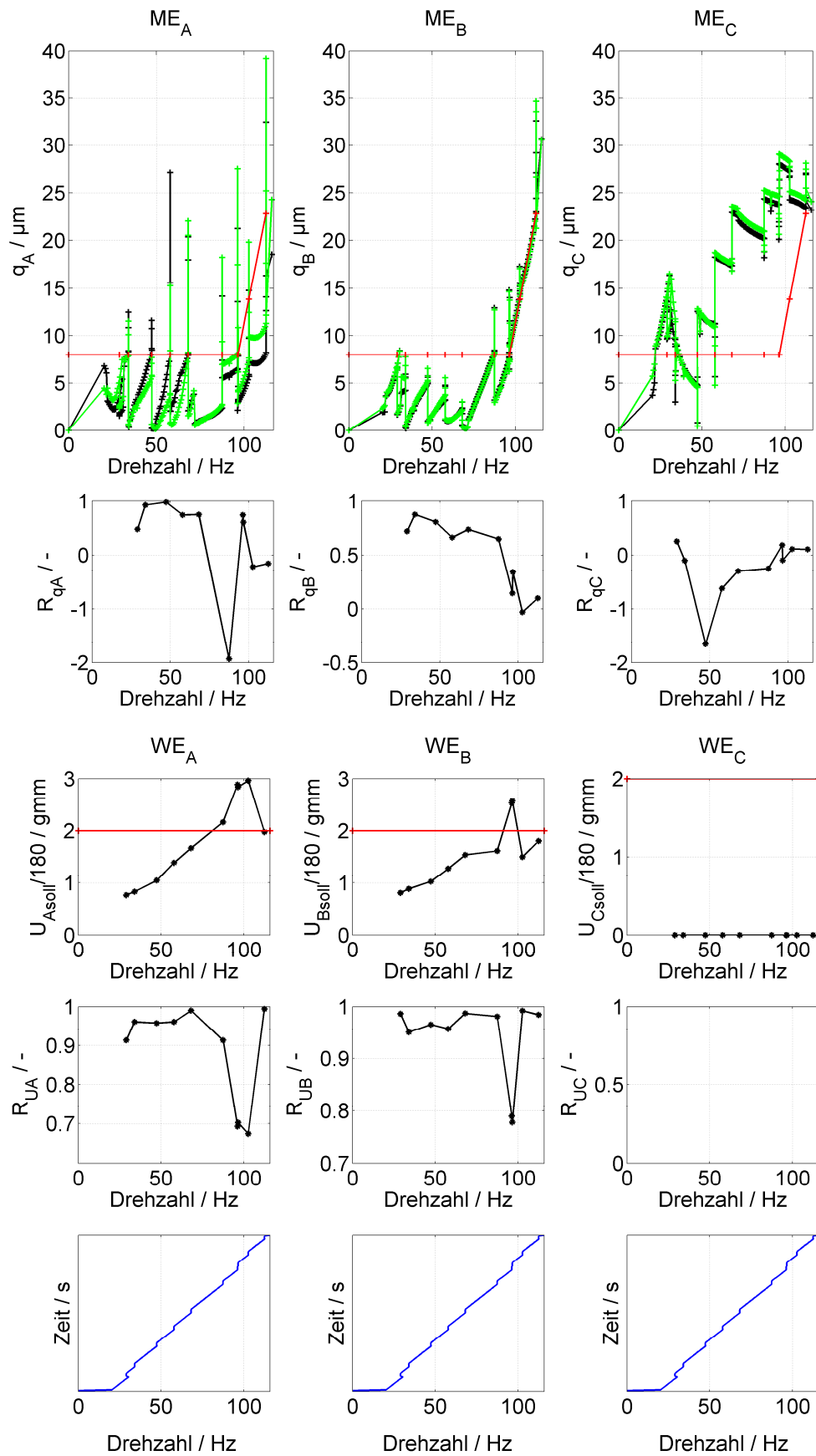


Bild A 6: Amplitude und Phase der Auslenkungen in z-Richtung an der ME B aufgrund der Unwuchten am WE A entsprechend Bild 5.2

Anhang D: Weitere Versuchsergebnisse mit Regler vom Abschnitt 3.1.1.3

**Bild A 7: Hochlaufkurve - mit neutralen AA,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung**



**Bild A 8: Lernphase mit WE A und WE B zur Lagerberuhigung,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung, $Q_{tol,init} = 8 \mu\text{m}$**

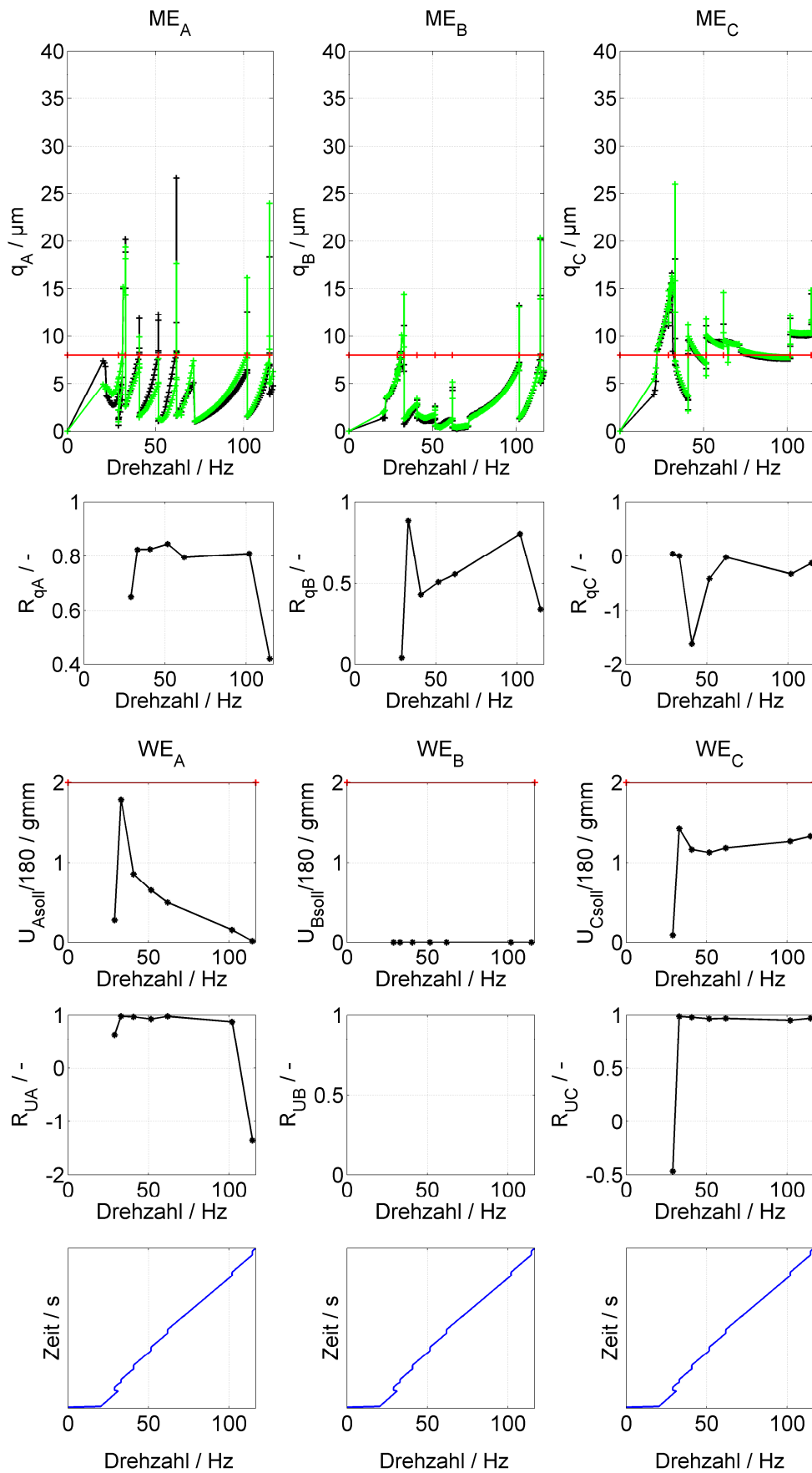


Bild A 9: Lernphase mit WE A und WE C zur Lagerberuhigung, dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung, $Q_{\text{tol,init}} = 8 \mu\text{m}$

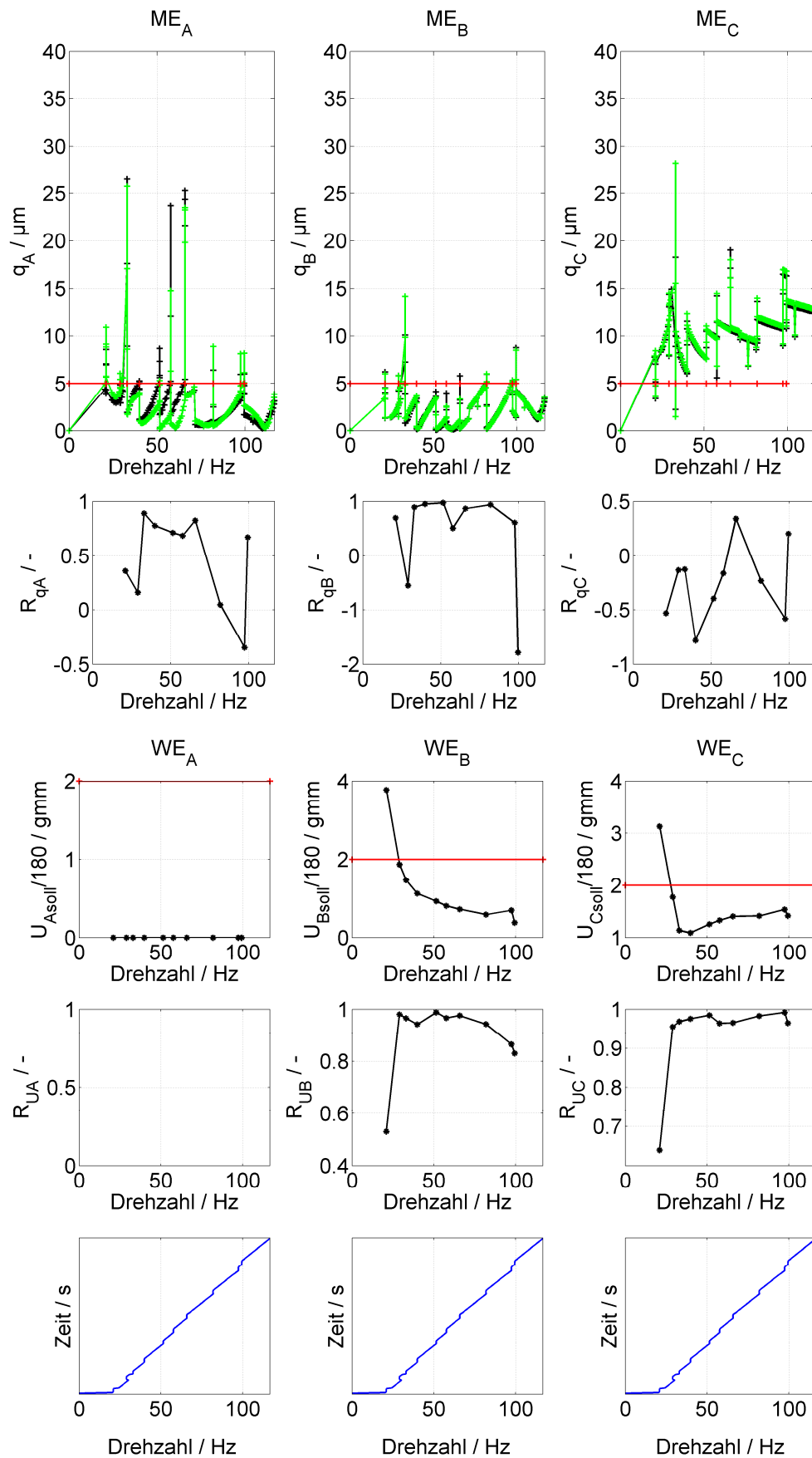
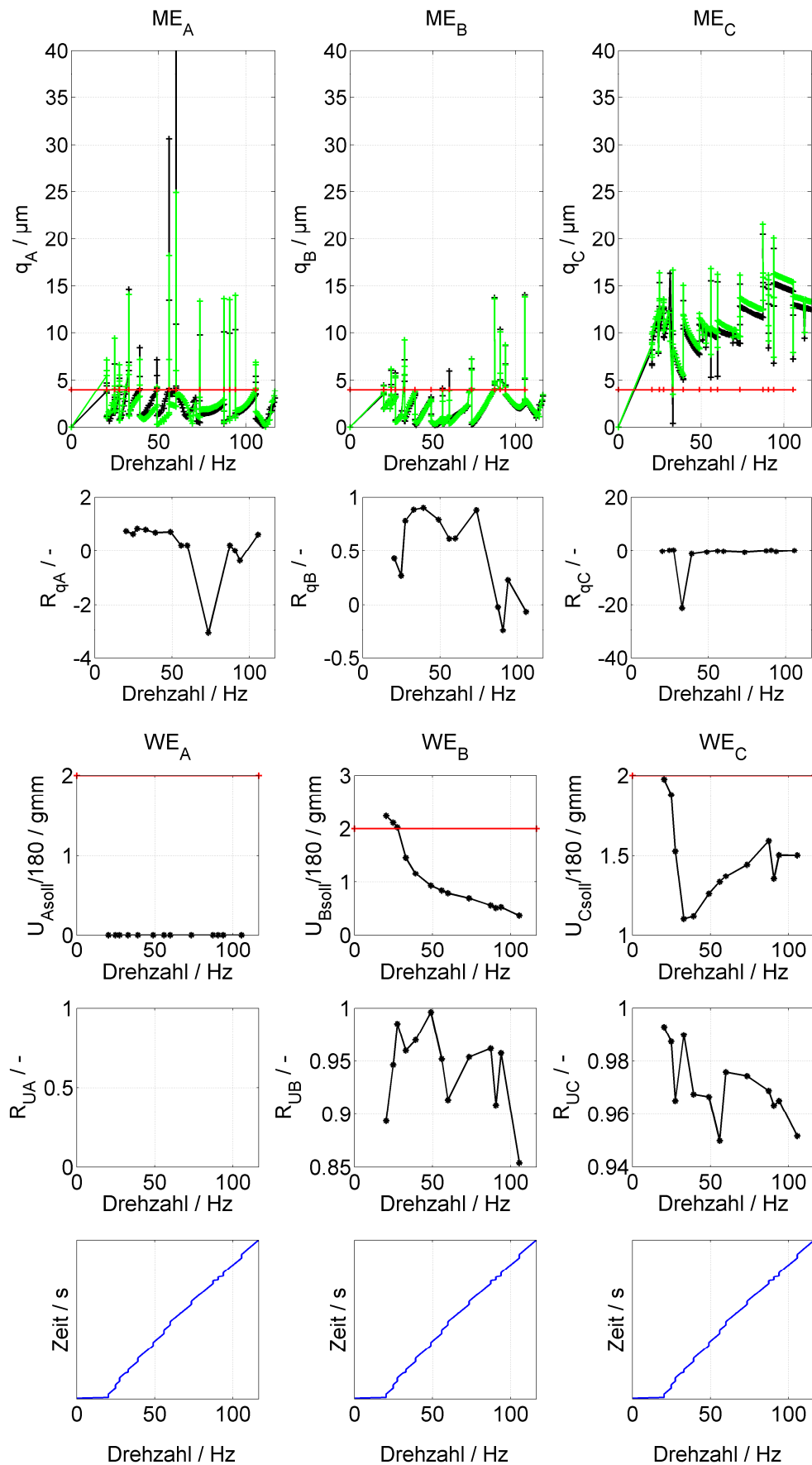


Bild A 10: Lernphase mit WE C und WE B zur Lagerberuhigung,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung, $Q_{tol,init} = 5 \mu m$



**Bild A 11: Lernphase mit WE C und WE B zur Lagerberuhigung,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung, $Q_{tol,init} = 4 \mu\text{m}$**

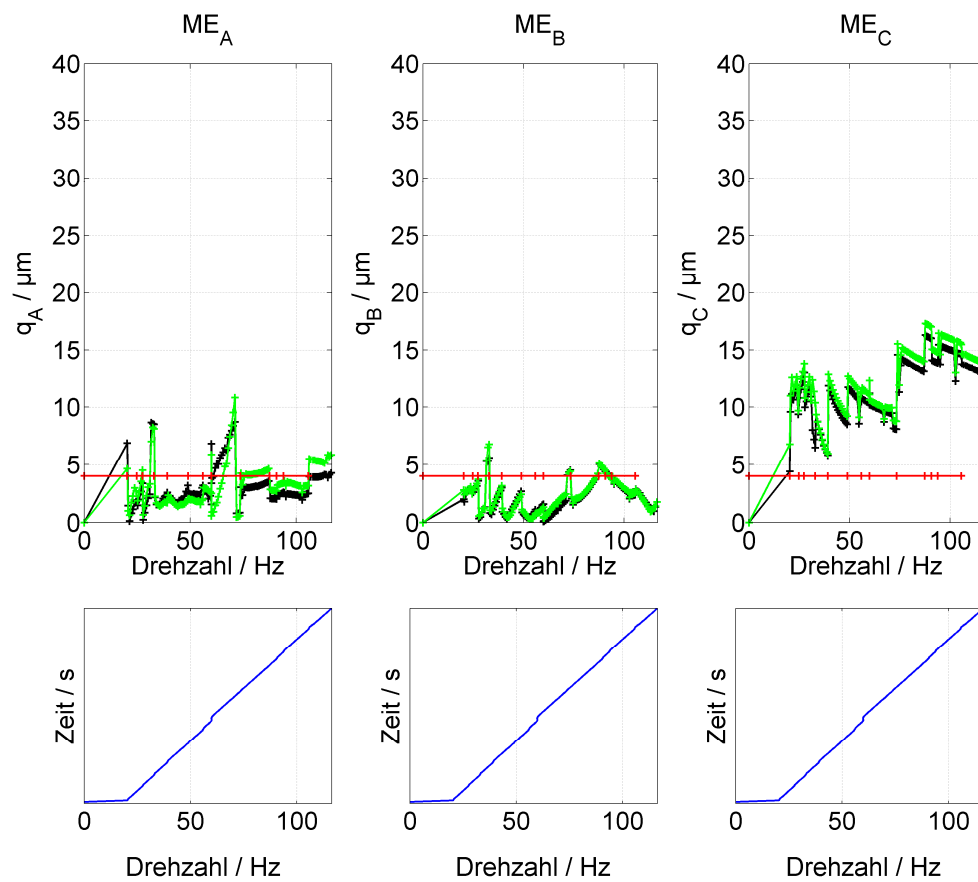


Bild A 12: Betriebsphase mit WE C und WE B zur Lagerberuhigung,
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung, $Q_{\text{tol,init}} = 4 \mu\text{m}$

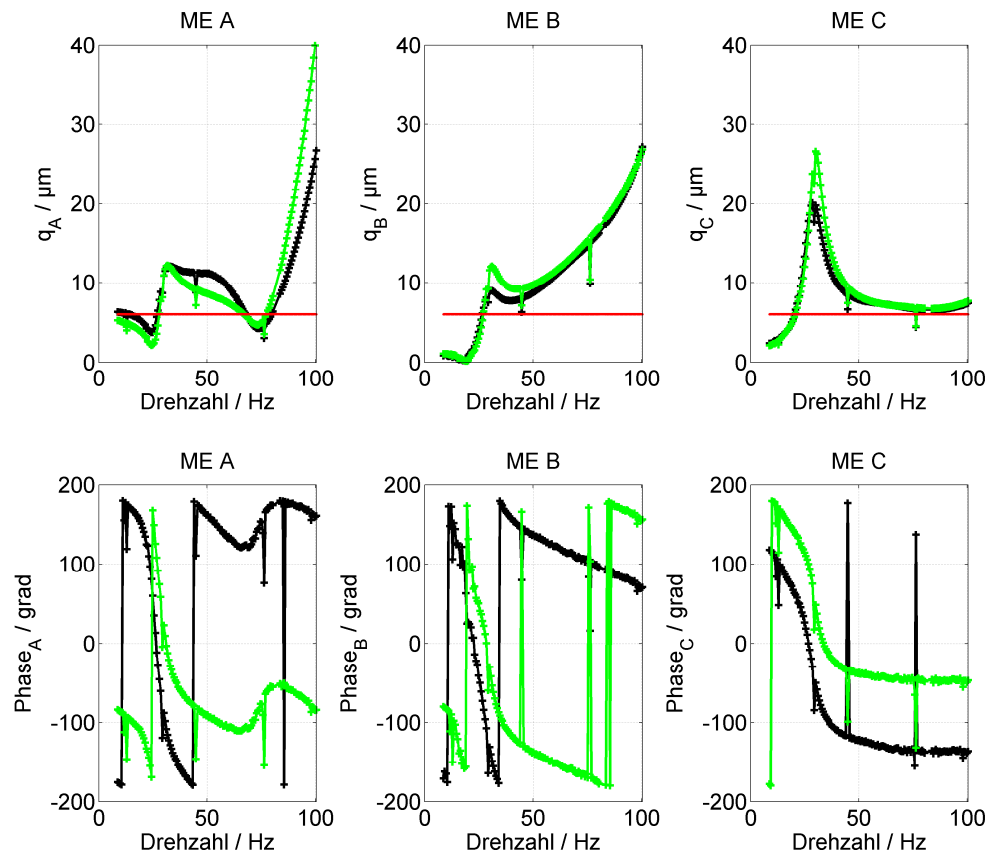
Anhang E: Versuchsergebnisse mit optimiertem Regler vom Anhang A

Bild A 13: Hochlauf-Neutralbetrieb mit optimiertem Regler
dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung

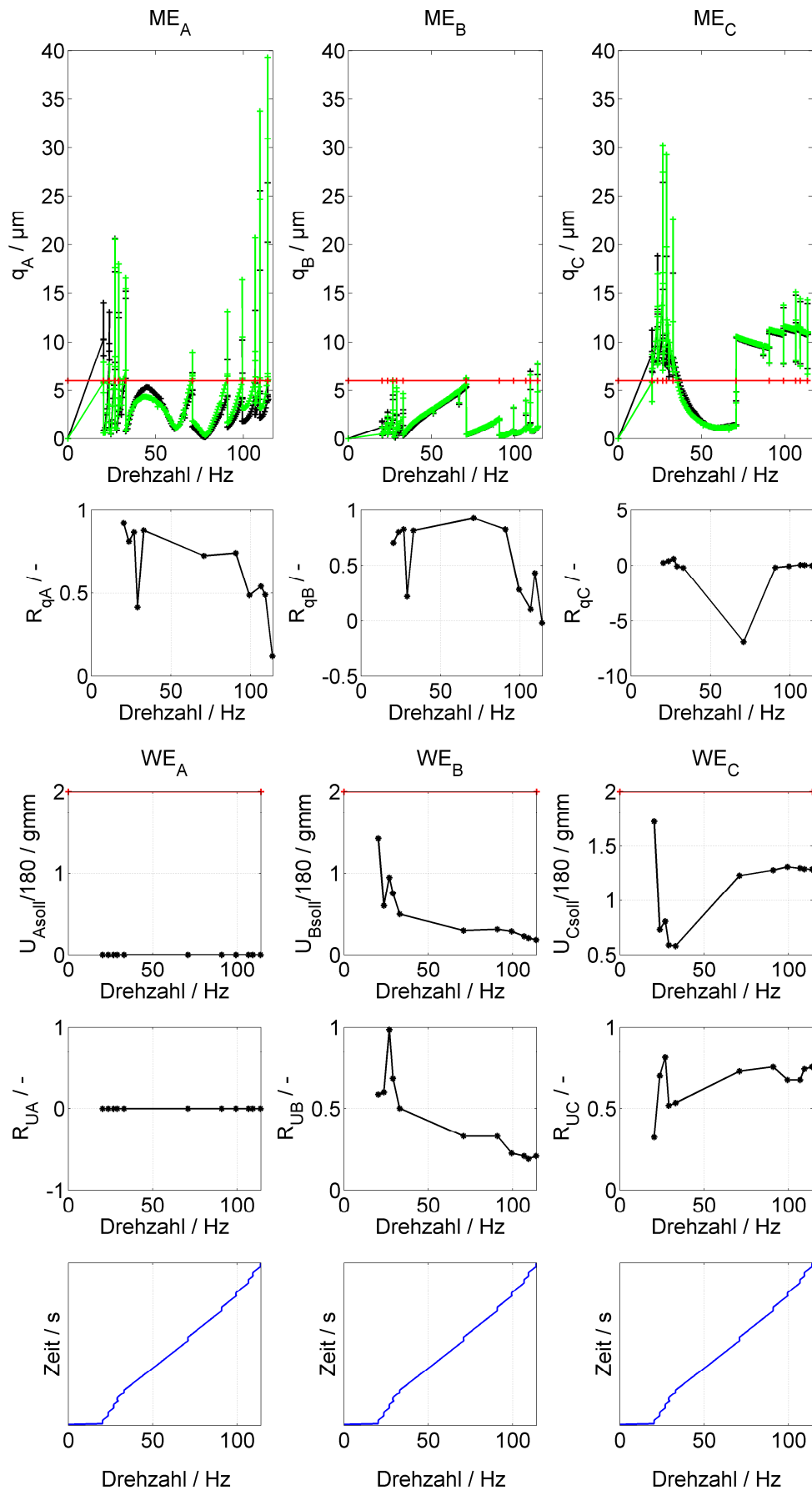


Bild A 14: Hochlauf-Lernphase mit WE C und WE B zur Lagerberuhigung mit optimiertem Regler und $Q_{\text{tol,init}} = 6 \mu\text{m}$, dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung

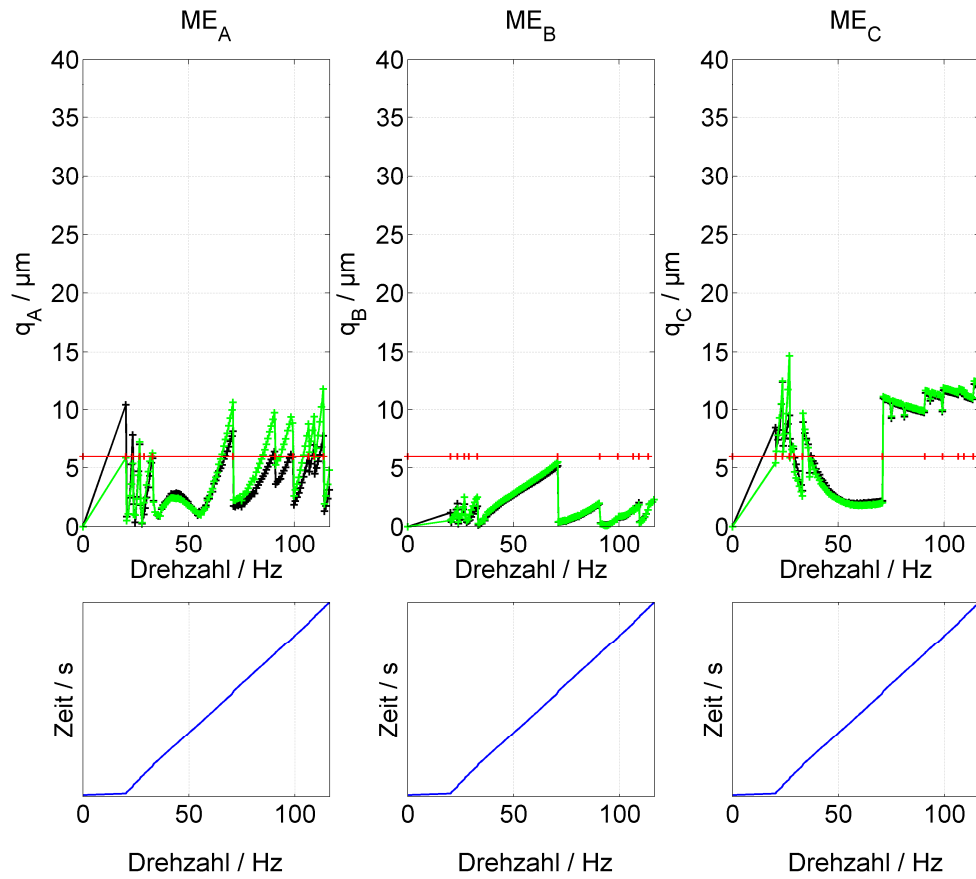


Bild A 15: Hochlauf-Betriebsphase mit WE C und WE B zur Lagerberuhigung, mit optimiertem Regler und $Q_{\text{tol,init}} = 6 \mu\text{m}$, dunkel = z-Richtung, hell = y-Richtung

Anhang F: Betriebsphase im instationären Drehzustand mit einer Drehbeschleunigung von $2,092 \text{ rad/s}^2$

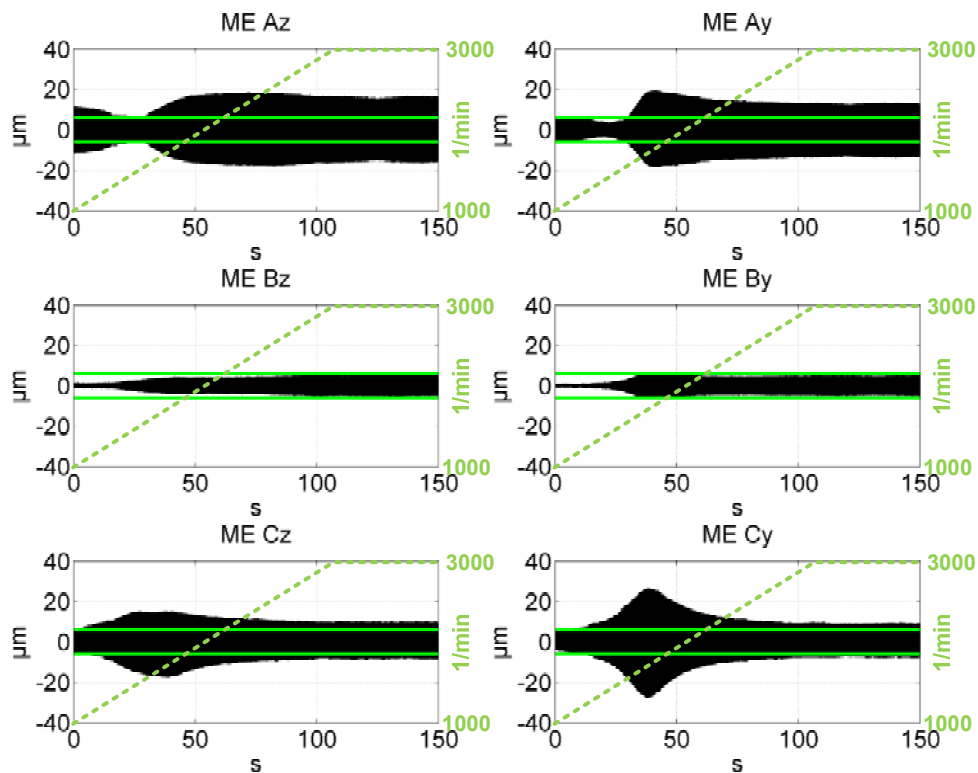


Bild A 16: Echtzeitsmessung eines Hochlaufs-Neutralbetrieb mit optimiertem Regler

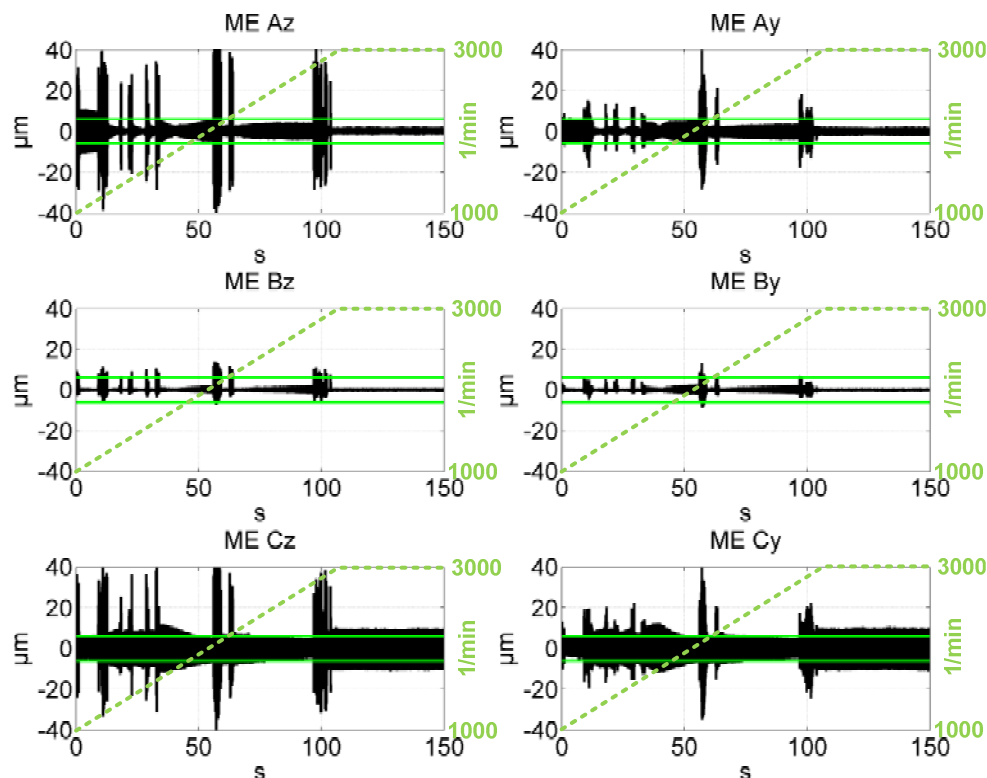


Bild A 17: Echtzeitsmessung eines Hochlaufs-Betriebsphase im instationären Drehzustand mit WE C und WE B zur Lagerberuhigung, mit optimiertem Regler und $Q_{\text{tol,init}} = 6 \mu\text{m}$

Anhang G: Überwachungsoberfläche

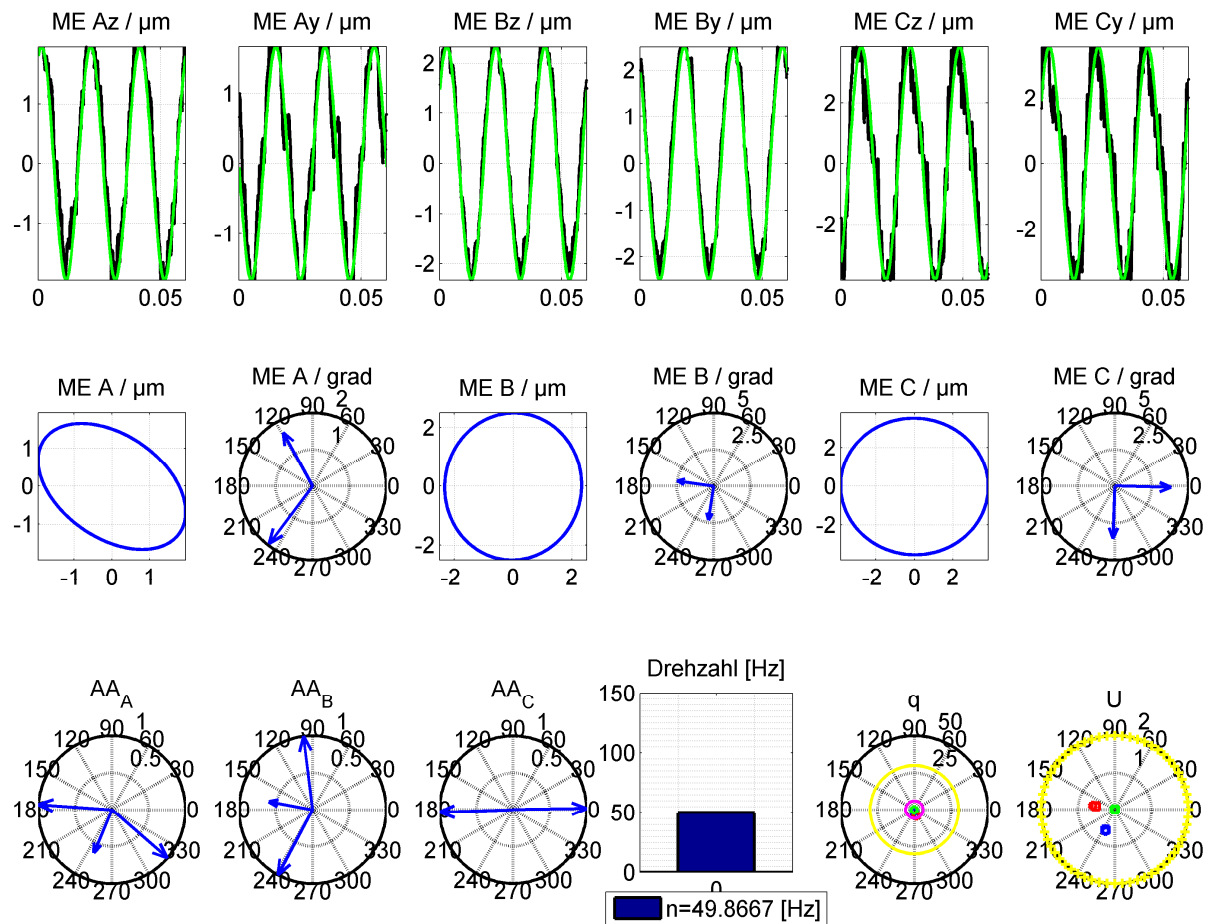


Bild A 18: Überwachungsoberfläche

LEBENS LAUF

Geburtsname: Francis, Fomi Wamba
Geburtstag: 11. Mai 1980
Geburtsort: Jaunde (Kamerun)
Staatsangehörigkeit: Kamerun
Anschrift: Dammstrasse 5, 96173 Oberhaid
Familienstand: Verheiratet

Schul Ausbildung 1983 – 1990: Kindergarten und Grundschule
und -abschluss: 1991 – 1998: Gymnasium (Lycée General Leclerc)
07.1998: Baccalaureat (Allgemeine Hochschulreife)
05.2000: Einreise nach Deutschland

Hochschulstudium 09.2000 – 07.2004: Studium des Maschinenbaus an der
und -abschlüsse: Fachhochschule Darmstadt mit Vertiefung Konstruktions-
technik
Thema der Diplomarbeit: Konstruktion, Aufbau und Inbetrieb-
nahme eines Prüfstandes zur Prüfung piezokeramischer Ak-
toren
11.2004 – 04.2006: Master-Studium des Maschinenbaus an
der Technischen Universität Darmstadt
Thema der Masterarbeit: Verbesserung der Regelgüte eines
Prüfstandes für Werkzeugmaschinenachsen mit Hilfe Rei-
bungskompensationsverfahren und nichtlinearer Sliding
Mode Regelung

Arbeitstätigkeit 04.2006 – 02.2009: Wissenschaftliche Tätigkeit an der Tech-
nischen Universität Darmstadt im Fachgebiet Mechatronik
im Maschinenbau bei Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann
Thema der Doktorarbeit: Automatische Auswuchtstrategie für
einen magnetgelagerten elastischen Rotor mit Auswuchtak-
toren